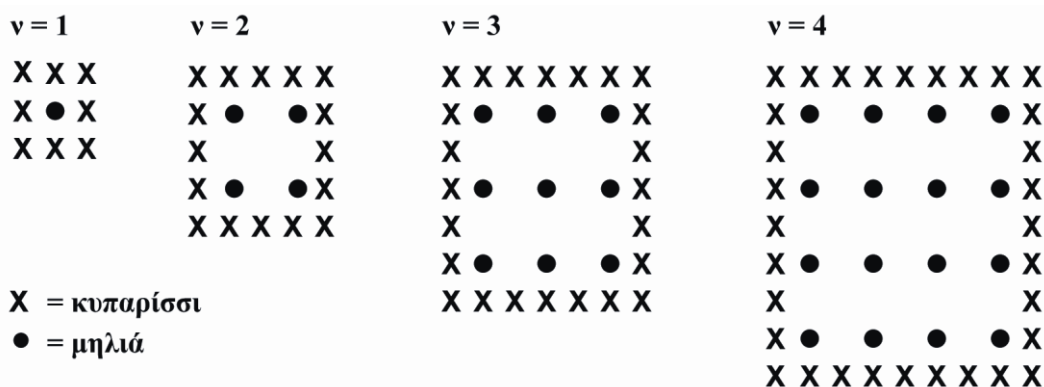


# ΜΗΛΙΕΣ

Ένας αγρότης θέλει να φυτέψει μηλιές σε σειρές και σε τετράγωνο σχήμα. Σκέφτεται να προστατέψει τις μηλιές από τον αέρα, περιφράζοντάς τις με κυπαρίσσια.

Στα παρακάτω διαγράμματα βλέπουμε τη διάταξη των δέντρων, όπως τα φαντάζεται ο αγρότης. Κάθε διάγραμμα περιλαμβάνει διαφορετικές σειρές από μηλιές. ( $v$  = σειρές από μηλιές)



## Ερώτηση 1: ΜΗΛΙΕΣ

Συμπληρώστε τα στοιχεία που λείπουν στον παρακάτω πίνακα:

| v | Πλήθος δέντρων μηλιάς | Πλήθος κυπαρισσιών |
|---|-----------------------|--------------------|
| 1 | 1                     | 8                  |
| 2 | 4                     |                    |
| 3 |                       |                    |
| 4 |                       |                    |
| 5 |                       |                    |

## Ερώτηση 2: ΜΗΛΙΕΣ

Οι τύποι που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε, για να υπολογίσετε το πλήθος των δέντρων μηλιάς και το πλήθος των κυπαρισσιών στα παραπάνω διαγράμματα, είναι δύο:

$$\text{Πλήθος δέντρων μηλιάς} = v^2$$

$$\text{Πλήθος κυπαρισσιών} = 8v$$

όπου  $v$  είναι ο αριθμός των σειρών που σχηματίζουν οι μηλιές.

Υπάρχει μια τιμή του  $v$ , για την οποία το πλήθος των δέντρων μηλιάς ισούται με το πλήθος των κυπαρισσιών. Να βρείτε αυτήν την τιμή του  $v$  και να περιγράψετε παρακάτω τον τρόπο, με τον οποίο την υπολογίσατε.

.....  
 .....

---

### Ερώτηση 3: ΜΗΛΙΕΣ

Ας υποθέσουμε ότι ο αγρότης μεγαλώνει συνέχεια το περιβόλι του προσθέτοντας συνεχώς σειρές δέντρων. Ενώ ο αγρότης μεγαλώνει το περιβόλι του προσθέτοντας σειρές, θα χρειαστεί περισσότερες μηλιές ή κυπαρίσσια; Γράψτε παρακάτω τον τρόπο με τον οποίο βρήκατε την απάντησή σας.

.....

.....

*Σημείωση 1.* Από Διεθνές Πρόγραμμα για την Αξιολόγηση των Μαθητών - PISA (σελ. 205-206), από Κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας, 2007, Αθήνα: Επτάλοφος Α.Β.Ε.Ε.  
*Σημείωση 2.* Θέμα που δόθηκε στους μαθητές/τριες για το Πρόγραμμα PISA 2000 (κυρίως έρευνα).

---

# ΜΗΛΙΕΣ

## ΟΔΗΓΙΕΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

### ΕΡΩΤΗΣΗ 1

#### Αποδεκτή απάντηση

| $v$ | Πλήθος δέντρων<br>μηλιάς | Πλήθος κυπαρισσιών |
|-----|--------------------------|--------------------|
| 1   | 1                        | 8                  |
| 2   | 4                        | 16                 |
| 3   | 9                        | 24                 |
| 4   | 16                       | 32                 |
| 5   | 25                       | 40                 |

Και οι 7 καταχωρίσεις του πίνακα είναι σωστές.

#### Μη αποδεκτή απάντηση

Άλλες απαντήσεις.

### ΕΡΩΤΗΣΗ 2

#### Αποδεκτή απάντηση

[Τα παρακάτω αφορούν στη σωστή απάντηση  $v=8$ , που δίνεται με διαφορετικούς τρόπους επίλυσης]

$v = 8$ . Στην απάντηση χρησιμοποιεί εμφανώς αλγεβρική μέθοδο.

- $v^2 = 8v$ ,  $v^2 - 8v = 0$ ,  $v(v - 8) = 0$ ,  $v = 0$  &  $v = 8$ , άρα  $v = 8$

$v = 8$ . Δεν φαίνεται αναλυτικά η αλγεβρική μέθοδος ή δεν φαίνεται ο τρόπος επίλυσης.

- $v^2 = 8^2 = 64$ ,  $8v = 8 \times 8 = 64$
- $v^2 = 8v$ . Αυτό συνεπάγεται  $v = 8$ .
- $8 \times 8 = 64$ ,  $v = 8$
- $v = 8$
- $8 \times 8 = 8^2$

$v = 8$ . Χρησιμοποιούνται άλλες μέθοδοι, π.χ. χρησιμοποιούν σχέδιο ή αναπτύσσουν την ακολουθία.

[Τα παρακάτω αφορούν στη σωστή απάντηση,  $v = 8$ , ΚΑΙ επιπλέον στην απάντηση  $v = 0$ , με διαφορετικούς τρόπους επίλυσης.]

Εμφανής αλγεβρική μέθοδος, αλλά δίνει ταυτόχρονα δύο απαντήσεις

$v = 8$  ΚΑΙ  $v = 0$ .

- $v^2 = 8v$ ,  $v^2 - 8v = 0$ ,  $v(v - 8) = 0$ ,  $v = 0$  &  $v = 8$

Όχι εμφανής αλγεβρική μέθοδος, αλλά δίνει ταυτόχρονα δύο απαντήσεις  $v = 8$  ΚΑΙ  $v = 0$

### Μη αποδεκτή απάντηση

Οποιαδήποτε άλλη απάντηση, συμπεριλαμβανόμενης και της απάντησης  $v = 0$ .

- $v^2 = 8v$  (επαναλαμβάνει το ζητούμενο της ερώτησης)
- $v^2 = 8$
- $v = 0$ . Δεν μπορούμε να έχουμε τον ίδιο αριθμό, γιατί σε κάθε μηλιά αντιστοιχούν 8 κυπαρίσσια.

### ΕΡΩΤΗΣΗ 3

#### Αποδεκτή απάντηση

Σωστή απάντηση (μηλιές) συνοδευόμενη από έγκυρη επεξήγηση:

- Μηλιές =  $v \times v$  και κυπαρίσσια =  $8 \times v$  και οι δύο τύποι έχουν έναν παράγοντα  $v$ , αλλά ο τύπος με τις μηλιές έχει έναν ακόμη παράγοντα  $v$ , ο οποίος μεταβαλλόμενος (ή για τις διάφορες τιμές του  $v$ ) μεγαλώνει ενώ ο παράγων 8 στον τύπο των κυπαρισσιών παραμένει ο ίδιος. Το πλήθος των δέντρων μηλιάς αυξάνεται γρηγορότερα.
- Ο αριθμός των μηλιών αυξάνεται γρηγορότερα επειδή υψώνεται στο τετράγωνο, αντί να πολλαπλασιάζεται επί 8.
- Ο αριθμός των μηλιών αντιστοιχεί σε τέλειο τετράγωνο. Ο αριθμός των κυπαρισσιών υπολογίζεται με γραμμική σχέση. Άρα οι μηλιές αυξάνονται γρηγορότερα.
- Στην απάντηση χρησιμοποιεί γραφική παράσταση για να δείξει ότι το  $v^2$  υπερβαίνει το  $8v$  αν το  $v$  λάβει τιμές μεγαλύτερες του 8.

[Σημειώστε πως σωστό θεωρείται αν το παιδί δώσει κάποιες αλγεβρικές εξηγήσεις **βασισμένες στους τύπους  $v^2$  και  $8v$** ].

#### Μερικώς αποδεκτή απάντηση

Σωστή απάντηση (μηλιές) βασισμένη σε συγκεκριμένα παραδείγματα ή βασισμένη στην επέκταση του πίνακα.

- Αν χρησιμοποιήσουμε τον πίνακα της προηγούμενης σελίδα θα διαπιστώσουμε ότι ο αριθμός των μηλιών αυξάνει γρηγορότερα από τον αριθμό των κυπαρισσιών. Αυτό συμβαίνει ειδικότερα μετά τον αριθμό εκείνον, για τον οποίο το πλήθος των μηλιών ισούται με τον αριθμό των κυπαρισσιών.
- Ο πίνακας δείχνει ότι ο αριθμός των μηλιών αυξάνει γρηγορότερα.

Ή

Σωστή απάντηση (μηλιές) με κάποια απόδειξη ότι η σχέση μεταξύ των  $v^2$  και  $8v$  έχει γίνει κατανοητή, αλλά δεν εκφράζεται τόσο ξεκάθαρα.

- Οι μηλιές για  $v > 8$ .
- Μετά από 8 σειρές, ο αριθμός των μηλιών θα αυξηθεί γρηγορότερα απ' ότι ο αριθμός των κυπαρισσιών.
- Τα κυπαρίσσια μέχρι να φθάσουμε στις 8 σειρές, μετά θα είναι περισσότερες οι μηλιές.

#### Μη αποδεκτή απάντηση

Σωστή απάντηση (οι μηλιές) με ανεπαρκή ή με λανθασμένη εξήγηση.

- Οι μηλιές
- Οι μηλιές γιατί γεμίζουν το εσωτερικό του περιβολιού που είναι μεγαλύτερο από την περίμετρο.
- Οι μηλιές γιατί περιστοιχίζονται από κυπαρίσσια.

Οποιαδήποτε άλλη λανθασμένη απάντηση.

- Τα κυπαρίσσια
- Τα κυπαρίσσια γιατί για κάθε πρόσθετη σειρά μηλιών χρειάζονται πολλά κυπαρίσσια
- Τα κυπαρίσσια. Γιατί για κάθε μηλιά υπάρχουν 8 κυπαρίσσια.
- Δεν ξέρω.

*Σημείωση. Από Διεθνές Πρόγραμμα για την Αξιολόγηση των Μαθητών - PISA (σελ. 266-269), από Κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας, 2007, Αθήνα: Επτάλοφος Α.Β.Ε.Ε. (προσαρμογή)*