

Α΄ ΤΑΞΗ ΕΠΑΛ - ΑΛΓΕΒΡΑ

Διαχείριση διδακτέας ύλης

Η προτεινόμενη διαχείριση της ύλης των Μαθηματικών της Α΄ Επαγγελματικού Λυκείου έχει σκοπό να υποστηρίξει τον εκπαιδευτικό στην προσπάθεια υλοποίησης των στόχων του ΑΠΣ, αναδεικνύοντας μέσα από συγκεκριμένες αναφορές και παραδείγματα, το πνεύμα της διδασκαλίας που το διέπει. Στόχος είναι ο εκπαιδευτικός να βοηθηθεί να σχεδιάσει ο ίδιος κατάλληλες για την τάξη του διδακτικές παρεμβάσεις συμβατές με το ΑΠΣ. Ο προτεινόμενος διδακτικός χρόνος για το κάθε κεφάλαιο είναι ενδεικτικός για να βοηθήσει τον εκπαιδευτικό στο διδακτικό του σχεδιασμό, ώστε να ολοκληρωθεί η ύλη μέσα στη σχολική χρονιά. Η διδακτική διαχείριση που προτείνεται δίνει τη δυνατότητα ορισμένα τμήματα της διδακτέας ύλης να μπορούν να ολοκληρωθούν και οι αντίστοιχοι διδακτικοί στόχοι να επιτευχθούν, σε χρόνο μικρότερο από τον χρόνο που θα απαιτείτο με μια παραδοσιακή διδακτική προσέγγιση. Μία χρήσιμη πηγή είναι και το υλικό που περιέχεται στις αντίστοιχες οδηγίες διαχείρισης ύλης των ΓΕΛ. Σε κάθε περίπτωση, ο εκπαιδευτικός, λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιαιτερότητες της τάξης του και τον διατιθέμενο χρόνο, θα πρέπει να οργανώσει με τέτοιο τρόπο τη διδασκαλία ώστε να αναδείξει στον καλύτερο δυνατό βαθμό τα στοιχεία που αναφέρονται στο ΑΠΣ. Το σημαντικό σε κάθε περίπτωση είναι να επιδιωχθεί η εννοιολογική κατανόηση μέσα από την ανάπτυξη ουσιαστικής μαθηματικής δραστηριότητας των ίδιων των μαθητών στην τάξη και όχι απλά η εξάσκηση σε τεχνικές.

Το μάθημα «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων» περιέχει σημαντικές μαθηματικές έννοιες, όπως της απόλυτης τιμής, των προόδων, της συνάρτησης κ.α., οι οποίες είναι απαραίτητες για την μετέπειτα μαθηματική εξέλιξη των μαθητών. Οι μαθητές έχουν έρθει σε μια πρώτη επαφή με αυτές τις έννοιες σε προηγούμενες τάξεις. Στην Α΄ Επαγγελματικού Λυκείου θα τις αντιμετωπίσουν σε ένα υψηλότερο επίπεδο αφαίρεσης, το οποίο δημιουργεί ιδιαίτερες δυσκολίες στους μαθητές.

Για την αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών προτείνεται να αφιερωθεί ικανός χρόνος στην εμπέδωση των νέων εννοιών, μέσω της ανάπτυξης και σύνδεσης πολλαπλών αναπαραστάσεων τους και στη χρήση τους στην επίλυση προβλημάτων. Επίσης, να αφιερωθεί χρόνος ώστε οι μαθητές να εμπλακούν στην αναγνώριση ομοιοτήτων και διαφορών μεταξύ ιδιοτήτων και διαδικασιών καθώς και σε διαδικασίες γενίκευσης. Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις και η σύνδεση τους μπορούν υποστηριχθούν από ψηφιακά περιβάλλοντα, με τη βοήθεια των οποίων οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν σε ουσιαστικές μαθηματικές δραστηριότητες. Μέσα από τη διερεύνηση ομοιοτήτων και διαφορών - για παράδειγμα η συσχέτιση των διαδικασιών επίλυσης ή της μορφής των λύσεων εξισώσεων και ανισώσεων, η συσχέτιση ορισμένων ιδιοτήτων των ριζών και των αποδείξεών τους με αντίστοιχες των απολύτων τιμών - οι μαθητές μπορούν να κατανοήσουν καλύτερα τις σχετικές έννοιες και διαδικασίες.

Ειδικά για το σχολικό έτος 2020-21, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά το προηγούμενο σχολικό έτος (**πανδημία Covid-19**), προτείνονται τα παρακάτω:

Ο/η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει έννοιες και κενά των μαθητών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος και συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθητή/τρια. Ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να ανιχνεύει αυτές τις ανάγκες, τόσο στην αρχή του έτους όσο και κατά τη διάρκειά του, και να αναλαμβάνει τις ανάλογες πρωτοβουλίες. Γενικά, είναι περισσότερο πιθανό να υπάρχει τέτοια ανάγκη:

- στην έννοια της εξίσωσης δευτέρου βαθμού και στις διαδικασίες επίλυσής της
- στην έννοια της ανίσωσης πρώτου βαθμού και στις διαδικασίες επίλυσής της
- στην έννοια του γραμμικού συστήματος και στην επίλυσή του (γραφική και αλγεβρική)

Σχετικά με τα δύο πρώτα σημεία θα μπορούσε να δοθεί ο απαραίτητος χρόνος κατά τη συζήτηση στην τάξη των αντίστοιχων ενοτήτων (κεφάλαια 3 και 4) της Άλγεβρας Α' Λυκείου. Για το τρίτο, προτείνεται στην αρχή του σχολικού έτους να αφιερωθούν 2-3 ώρες για τη διδασκαλία της έννοιας του γραμμικού συστήματος και της επίλυσής του, εφόσον αυτά είναι χρήσιμα τόσο σε άλλα αντικείμενα, όσο και στα ίδια τα μαθηματικά. Η απόφαση να γίνουν τέτοιες παρεμβάσεις από τον εκπαιδευτικό θα πρέπει να συναρτηθεί από το αν οι μαθητές διδάχτηκαν στην προηγούμενη τάξη (Γ' Γυμνασίου) τις αντίστοιχες ενότητες και πώς.

Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες με τις προσαρμογές που θα κάνει ο εκπαιδευτικός σύμφωνα με τα προαναφερθέντα.

Εισαγωγικό Κεφάλαιο (Να διατεθούν 3 ώρες)

Ε.2 Οι μαθητές αντιμετωπίζουν για πρώτη φορά την έννοια του συνόλου, των σχέσεων και των πράξεων μεταξύ συνόλων. Να δοθεί έμφαση στη μετάβαση από τη μία μορφή αναπαράστασης στην άλλη. Όσον αφορά στην **§Ε.1**, αυτή δεν θα διδαχθεί ως αυτόνομο κεφάλαιο αλλά θα συζητηθεί το νόημα και η χρήση των στοιχείων της Λογικής στις ιδιότητες και προτάσεις που διατρέχουν τη διδακτέα ύλη (για παράδειγμα στην ιδιότητα $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ και } \beta \neq 0$ της §2.1 μπορεί να διερευνηθεί το νόημα της ισοδυναμίας και του συνδέσμου «και»).

Κεφάλαιο 2° :Οι Πραγματικοί αριθμοί (Να διατεθούν 19 ώρες)

§2.1, §2.2 Οι μαθητές επαναλαμβάνουν και εμβαθύνουν τις πράξεις και ιδιότητές τους καθώς και τη διάταξη των πραγματικών αριθμών. Να μη διδαχθεί η απόδειξη της ιδιότητας 4 της παραγράφου §2.2.

§2.3 Να δοθεί έμφαση στη γεωμετρική ερμηνεία της απόλυτης τιμής ενός αριθμού καθώς και της απόλυτης τιμής της διαφοράς δυο αριθμών. Η ερμηνεία αυτή θα επεκταθεί στο επίπεδο στην § 6.2. Προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών ασκήσεων που υπηρετούν και παραπέμπουν στους τιθέμενους στόχους.

§2.4 Οι μαθητές από το Γυμνάσιο γνωρίζουν την τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού και τις ιδιότητες της. Σ' αυτή τη παράγραφο γίνεται επέκταση στη ν-οστή ρίζα. Να επισημανθεί η διατήρηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων με ακέραιο εκθέτη και στην περίπτωση του ρητού εκθέτη. Να μη διδαχθούν οι ιδιότητες 3,4 της παραγράφου §2.4. Προτείνεται η δια-

πραγμάτευση απλών ασκήσεων που υπηρετούν και παραπέμπουν στους τιθέμενους στόχους κατανόησης των εννοιών και ιδιοτήτων.

Κεφάλαιο 3^ο : Εξισώσεις (Να διατεθούν 14 ώρες)

§3.1 Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν διαπραγματευθεί αναλυτικά την επίλυση εξισώσεων της μορφής $ax+b=0$, της οποίας οι συντελεστές a και b είναι συγκεκριμένοι αριθμοί. Συναντούν δυσκολίες στη μετάβαση από την επίλυση μιας τέτοιας μορφής εξίσωσης στην επίλυση της γενικής μορφής $ax+b=0$. Για να εξοικειωθούν οι μαθητές /τριες με την διάκριση μεταξύ μεταβλητής και παραμέτρων, προτείνεται αρχικά να γίνει επεξεργασία παραμετρικής εξίσωσης με αντικατάσταση τιμών των παραμέτρων της. Ενδεικτικά, στο σχετικό σχόλιο της §3.1, μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να λύσουν την εξίσωση για συγκεκριμένες τιμές του λ (π.χ. $\lambda=2, \lambda=5, \lambda=1, \lambda=-1$) και στη συνέχεια να προσπαθήσουν να διατυπώσουν γενικά συμπεράσματα για κάθε τιμή της παραμέτρου λ . Η σημασία της παραμέτρου μπορεί να αναδειχθεί και με παραδείγματα και από άλλα μαθήματα.

§3.2 Να ζητηθούν απλές εξισώσεις της μορφής $x^{\nu} = a$.

§3.3 Οι μαθητές γνωρίζουν από την προηγούμενη τάξη να επιλύουν εξισώσεις 2^{ου} βαθμού. Να επισημανθεί η σχέση του πρόσημου της διακρίνουσας και του πλήθους των ριζών της δευτεροβάθμιας εξίσωσης καθώς και η δυνατότητα προσδιορισμού του πρόσημου των ριζών από τις σχέσεις του Vieta.

Τέλος, αναμένεται οι μαθητές/-ήτριες να μπορούν να επιλύουν απλές εξισώσεις που ανάγονται σε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού.

Κεφάλαιο 4^ο : Ανισώσεις (Να διατεθούν 9 ώρες)

§4.1 Οι μαθητές έχουν διαπραγματευτεί ανισώσεις 1^{ου} βαθμού. Συστήνεται η απεικόνιση της λύσης να δίνεται, εκτός από τη χρήση αριθμογραμμής, και σε μορφή διαστήματος, καθώς και να δίδονται κάποιες ενδεικτικές τιμές ως λύσεις ή μη. Προτείνεται να γίνουν κάποιες από τις ασκήσεις 1 έως 8 της Α' ομάδας.

§4.2 Οι μαθητές διαπραγματεύονται πρώτη φορά ανισώσεις 2^{ου} βαθμού. Σημειώνεται ότι συχνά οι μαθητές συγχέουν το πρόσημο της διακρίνουσας με το πρόσημο του τριωνύμου.

Προτείνεται να μη δοθεί έμφαση στις αποδείξεις της παραγράφου και από τη Β' Ομάδα να λυθεί μόνο η άσκηση 7.

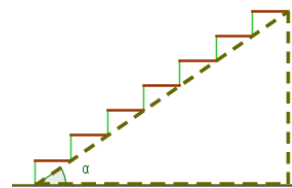
Κεφάλαιο 5^ο : Πρόοδοι (Να διατεθούν 10 ώρες)

§5.1 - §5.3 Οι μαθητές να μπορούν να διακρίνουν, με βάση τον ορισμό, αν μια ακολουθία είναι αριθμητική ή γεωμετρική πρόοδος και να συμπεραίνουν σχετικά. Να βρίσκουν το n -οστό όρο όταν δίνονται επαρκή στοιχεία. Να καταλάβουν τις έννοιες αριθμητικός μέσος – γεωμετρικός μέσος και να επιλύουν σχετικές ασκήσεις, νοηματοδοτώντας τους σχετικούς μαθηματικούς όρους.

Να μη διδαχθούν οι αποδείξεις για το S_n της Αριθμητικής και της Γεωμετρικής προόδου και η διδασκαλία να εστιάζει σε προβλήματα (όπως οι ασκήσεις Α12 και Β8, 9 και 12 της §5.2.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Το μικροπείραμα «Ας φτιάξουμε μια σκάλα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά ώστε οι μαθητές/ήτριες να οδηγηθούν μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην κατανόηση των εννοιών της αριθμητικής προόδου. <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5155>



Κεφάλαιο 6° :Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων (Να διατεθούν 11ώρες)

§6.1 Να διαπραγματευτούν οι μαθητές/τριες την έννοια της συνάρτησης σε άμεση σύνδεση με τις αναπαραστάσεις της, δηλαδή τη γραφική παράσταση, τον πίνακα τιμών και τον τύπο. Να εμπλακούν στη διαδικασία εύρεσης πεδίου ορισμού απλών συναρτήσεων. Επισημαίνεται ότι εξαντλητική ενασχόληση των μαθητών/-τριών με επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων για την εύρεση του πεδίου ορισμού δεν βοηθά στην κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης και δεν είναι στο πνεύμα της διδασκαλίας.

§6.2 Για να γίνει η σύνδεση του Πεδίου Ορισμού μιας συνάρτησης και της γραφικής της παράστασης, προτείνεται να παρουσιασθεί η γραφική παράσταση κάποιων συναρτήσεων. Ο τυπικός ορισμός της μονοτονίας θα συζητηθεί στην Β τάξη. Μπορεί, όμως, κατά την κρίση του/της διδάσκοντα/ουσας να εισαχθούν διαισθητικά οι έννοιες της μονοτονίας και των ακροτάτων και να γίνει η αναγνώριση τους σε γραφικές παραστάσεις. Οι έννοιες αυτές δεν αποτελούν εξεταστέα ύλη, τόσο στην παρούσα παράγραφο όσο και στις επόμενες.

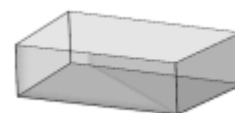
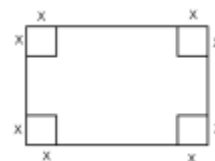
Επίσης προτείνεται να γίνει διάκριση του Π.Ο. όπως προκύπτει από τον τύπο και του Π.Ο όπως καθορίζεται από τα δεδομένα του πραγματικού προβλήματος όπως φαίνεται και στο παρακάτω παράδειγμα:

Παράδειγμα

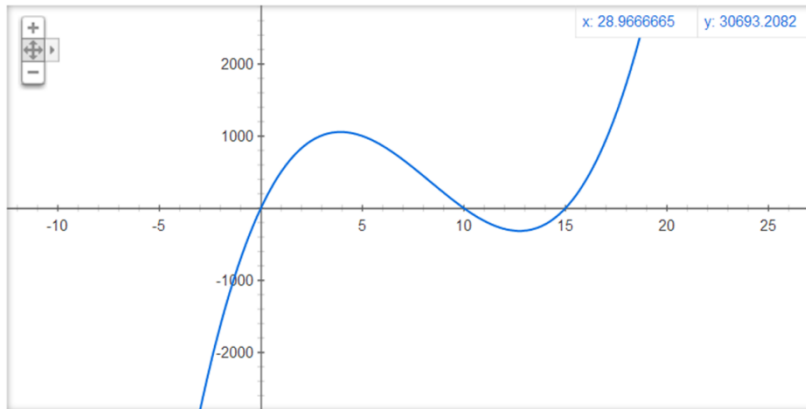
Αν από ένα χαρτόνι διαστάσεων 20×30 εκατοστών κόψουμε τετράγωνα πλευράς x (όπως φαίνεται στο σχήμα) με σκοπό να κατασκευάσουμε ένα κουτί ανοικτό από πάνω τότε ο όγκος του κουτιού θα είναι:

$$V(x) = x(20-2x)(30-2x)$$

Δίδοντας τον τύπο $x(20-2x)(30-2x)$ σε υπολογιστή παίρνουμε την παρακάτω γραφική παράσταση:



Γράφημα για τη συνάρτηση $x \cdot (20 - 2x) \cdot (30 - 2x)$



A) Εξετάζοντας τα δεδομένα του προβλήματος, να βρείτε το Π.Ο. της συνάρτησης $V(x)$.

B) Ποιο τμήμα της παραπάνω καμπύλης περιγράφει το πρόβλημα, δηλαδή ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $V(x)$;

Ο τύπος της απόστασης δύο σημείων αποτελεί μία άλλη έκφραση του Πυθαγορείου Θεωρήματος με όρους συντεταγμένων, ανακαλεί τις έννοιες των παραγράφων 2.3 και 2.4 και ως εφαρμογές του θα διδαχθούν οι ασκήσεις 4 και 5. Επισημαίνεται ότι η απόδειξη του τύπου δεν αποτελεί αντικείμενο εξέτασης.

§6.3 Θα ήταν σκόπιμο να γίνουν πολλά παραδείγματα κατασκευής γραφικής παράστασης με διάφορες τιμές του α και β , αν είναι δυνατόν και σε συνδυασμό με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή.