

Συνεδρία VI: «ΤΕΧΝΕΣ ΚΑΙ ΘΕΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ»

Συντονιστής: Ιωάννης Ρουσσάκης, Σύμβουλος Α' ΙΕΠ

Εισήγηση 1^η: Ιωάννης Γαλανάκης (Οικονομολόγος Υποψήφιος MSc), Μαλαγκονιάρη Μαρία, Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών (ΟΠΑ), τμήμα οικονομικής επιστήμης.

«Διδακτική πρόταση για την «Πολιτική Παιδεία» της Α' Λυκείου: Η τέχνη αποτυπώνει τη Μετανάστευση».

Εισήγηση 2^η: Παναγιώτα Κοταρίνου, Δρ. Τμήματος Ειδικής Αγωγής Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και Σταθοπούλου Χαρούλα, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια στο Παιδαγωγικό Τμήμα Ειδικής Αγωγής Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

«Είναι ο κόσμος μας Ευκλείδιος; Διδάσκοντας Γεωμετρία σε μαθητές Β' Λυκείου με τεχνικές Δραματικής Τέχνης στην Εκπαίδευση».

Εισήγηση 3^η: Βασιλική Γεωργαντά, Δασκάλα, Med στις ΤΠΕ για την Εκπαίδευση

«Προσεγγίζοντας τα γεωμετρικά σχήματα στην Α' τάξη του δημοτικού μέσα από τους πίνακες του Βασίλι Καντίνσκι».

Εισήγηση 4^η: Δημήτρης Μέμτσας, Μαθηματικός.

«Οι Πυθαγόρειοι, οι Άρρητοι αριθμοί και η Τέχνη: Διδακτικές εφαρμογές».

Εισήγηση 5^η: Γκικοπούλου Ουρανία, εκπαιδευτικός Δ/θμιας εκπαίδευσης, Μεταδιδακτορική ερευνήτρια του ΕΚΠΑ, - Ανάργυρος Δρόλαπας, Εκπαιδευτικός Δ/θμιας Εκπαίδευσης, υποψήφιος Διδάκτωρ του τμήματος ΠΤΔΕ του ΕΚΠΑ,.

«Διδασκαλία μη παρατηρήσιμων Φυσικών Φαινομένων μέσα από την Τέχνη».

Εισήγηση 6^η : Αικατερίνη-Βενεδίκτη Οικονόμου, Χημικός, Α.Π.Θ, - Καραλιώτα-Λυμπεροπούλου Αλεξάνδρα, Αναπληρώτρια καθηγήτρια ΕΚΠΑ, Τμήμα Χημείας.

«Η χημεία μέσα από τα εκθέματα τέχνης του Αρχαιολογικού Μουσείου Αθηνών: Μια εναλλακτική πρόταση διδασκαλίας για τη μέση εκπαίδευση»

Εισήγηση 7^η: Εισηγητές: Αγαθή Τσορώνη, Εικαστικός – Εκπαιδύτρια Καλλιτεχνικών Μαθημάτων, - Νικολόπουλος Κωνσταντίνος, Φυσικός – Ερευνητής.

«Τέχνη και Φυσικές Επιστήμες: Το φώς και τα χρώματά του».

Εισήγηση 8^η: Ερμιόνη Κοντογούλα, Φυσικός, Θεατρολόγος, Εκπαιδευτικός Μ.Ε. – Ειρήνη Τσουραμάνη, Θεατρολόγος – Εκπαιδευτικός Μ.Ε.

«Το Πανίσχυρο Άτομο: διδασκαλία φυσικών επιστημών μέσω τεχνικών δραματοποίησης».

ΕΙΣΗΓΗΣΗ 1η

**«Διδακτική πρόταση για την «Πολιτική Παιδεία» της Α' Λυκείου:
Η τέχνη αποτυπώνει τη «Μετανάστευση»**

Γαλανάκης Ιωάννης, Οικονομολόγος, BSc. –Υποψήφιος MSc. - Εκπαιδευτικός

Μαλαγκονιάρη Μαρία, Οικονομολόγος, BSc. - Εκπαιδευτικός

Περίληψη

Η παρούσα εργασία στοχεύει στο σχεδιασμό μίας διδασκαλίας στο Γενικό Λύκειο με θέμα τη μετανάστευση μέσω της τέχνης. Η τέχνη φαίνεται να λειτουργεί επικουρικά για μία πιο δημιουργική, καινοτόμα και βιωματική μάθηση, καθώς οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να διατυπώσουν τις απόψεις και τα συναισθήματά τους απαντώντας σε κριτικά ερωτήματα που τίθενται από τον εκπαιδευτικό. Επιπροσθέτως, η συμβολή της έγκειται στη βέλτιστη κατανόηση των υπό εξέταση εννοιών, στην καλλιέργεια της συγκλίνουσας σκέψης, στην προώθηση της ομαδοσυνεργατικής δραστηριότητας, στην περαιτέρω ανάπτυξη των ικανοτήτων και των δεξιοτήτων των μαθητών, στη δημιουργία ενός ευχάριστου μαθησιακού κλίματος, στη διασφάλιση της ποιότητας της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Αυτό που απασχολεί είναι η κατάλληλη επιλογή των έργων τέχνης. Το διαδίκτυο προσφέρει μυριάδες έργα τέχνης ικανά να αξιοποιηθούν στη διδασκαλία· όμως ο εκπαιδευτικός καλείται να εντοπίσει εκείνα που δεδομένης της ηλικίας των μαθητών θα ενεργοποιήσουν σκέψεις που θα ξεφεύγουν από τα παραδοσιακά πρότυπα. Στόχος του εκπαιδευτικού είναι να τραβήξει την προσοχή των μαθητών και να τους μεταφέρει νοερά εκτός της αίθουσας διδασκαλίας. Για τους παραπάνω λόγους, γίνεται προσεκτική επιλογή ενός εικαστικού έργου τέχνης. Ακολουθώντας τα στάδια της «μετασχηματίζουσας μάθησης μέσα από την αισθητική εμπειρία» και τα στάδια ανάλυσης ενός πίνακα κατά τον Perkins αναλύεται το περιεχόμενο, ο τρόπος σύνδεσης με τα βασικά σημεία της ομότιτλης ενότητας του μαθήματος της Πολιτικής Παιδείας – ήτοι της «Μετανάστευσης». Η τεχνική των κριτικών ερωτημάτων θα οδηγήσει σε μια «νοητική κράμπα» τους μαθητές και θα τους καθοδηγήσει σε πνευματικά μονοπάτια που δεν έχουν ξαναδιαβεί.

Λέξεις – Κλειδιά: μετανάστευση, πολιτική παιδεία, τέχνη, μετασχηματίζουσα μάθηση, Perkins

Εισαγωγή

Η παρούσα εργασία πραγματεύεται το σχεδιασμό της διδακτικής ενότητας 12.1 του σχολικού εγχειρίδιου που φέρει τον τίτλο « Η μετανάστευση» του μαθήματος της Πολιτικής Παιδείας της Α΄ Γενικού Λυκείου μέσω Τέχνης. Γίνεται προσπάθεια χρήσης δυο πινάκων ζωγραφικής, ενός τραγουδιού, ενός ποιήματος και μιας κινηματογραφικής ταινίας, τα οποία μπορούν να απαντήσουν σε δυο κριτικά ερωτήματα που τίθενται και λειτουργούν ως το εφελτήριο προβληματισμού των μαθητών αναφορικά με τα αίτια και τις συνέπειές της.

Η μετανάστευση αποτελεί ένα διαχρονικά παρατηρήσιμο ζήτημα με αποτέλεσμα να ενδιαφέρει ολόένα και περισσότερο τους μαθητές, μια και δεν υπάρχει ιστορική περίοδος που να μην παρατηρείται το εν λόγω φαινόμενο. Τα αίτια που γεννούν το εν λόγω φαινόμενο είναι ποικίλα κι εξαρτώνται από τις συνθήκες (οικονομικές, κοινωνικές και πολιτικές) που επικρατούν κατά τη δεδομένη χρονική περίοδο στους τόπους της προγενέστερης διαμονής και στις εκάστοτε περιοχές αποδημίας. Είναι γνωστό ότι ανάλογα με τον τρόπο που γίνεται η μετανάστευση - μαζικά και σχεδιασμένα ή μη - προκαλεί κοινωνικές και οικονομικές συνέπειες. Στη σημερινή εποχή, πολλοί άνθρωποι μεταναστεύουν ένεκα της καταστροφής του περιβάλλοντος, των πολέμων, της οικονομικής ένδειας (φτώχειας), της αναζήτησης καλύτερων εν γένει συνθηκών διαβίωσης.

Στόχοι

Μετά το πέρας της διδασκαλίας, οι μαθητές θα πρέπει να είναι ικανοί να:

- (α) να ορίζουν την έννοια της μετανάστευσης.
- (β) να εξηγούν τα αίτια των μεταναστεύσεων δίνοντας παραδείγματα για καθένα από τα αίτια.
- (γ) να προσδιορίζουν τα είδη της μετανάστευσης.
- (δ) να περιγράφουν τις συνέπειες των μεταναστεύσεων στη χώρα προέλευσης, στη χώρα προορισμού είτε σε ατομικό είτε σε συλλογικό επίπεδο με τη χρήση παραδειγμάτων.

Πέρα από τους παραπάνω συγκεκριμένους με την ενότητα διδακτικούς στόχους, και εφόσον θα χρησιμοποιηθούν έργα τέχνης ως εναύσματα κατά την παρουσίαση του μαθήματος, επιπρόσθετος και αξιοσημείωτος στόχος είναι η εξοικείωση των εκπαιδευόμενων με κάποια δειγματικά πονήματα της τέχνης, η γενικότερη ένταξή της στη ζωή τους καθώς και η καλλιέργεια κριτικής (συγκλίνουσας) και δημιουργικής (αποκλίνουσας) σκέψης και φαντασίας.

Όπως προαναφέρθηκε, για την παρουσίαση του μαθήματος θα χρησιμοποιηθούν δύο πίνακες ζωγραφικής, μία ταινία, ένα ποίημα κι ένα τραγούδι, που θα συνδέονται με δύο κριτικές ερωτήσεις. Κατόπιν υποδείξεως του διδάσκοντος, οι μαθητές, σε δύο διδακτικές ώρες -υπό την υπόθεση πως η διδακτική ώρα έχει 40', ο εκπαιδευτικός καλό είναι να υπολογίζει 80' συνολικά για το πέρας της δραστηριότητας-, θα παροτρυνθούν να εκφράσουν τις απόψεις τους πάνω στα κριτικά ερωτήματα που έχουν τεθεί. Θα ακολουθηθούν τα κάτωθι στάδια βάσει της μεθόδου της «μετασχηματίζουσας μάθησης μέσα από την αισθητική εμπειρία».

1ο ΣΤΑΔΙΟ: Διάγνωση των εκπαιδευτικών αναγκών για εξέταση του ζητήματος της μετανάστευσης. (10 λεπτά)

Στο πρώτο στάδιο θα γίνει ανίχνευση των απόψεων των μαθητών σχετικά με το αν πιστεύουν ότι οι μετανάστες μετακινούνται από τη χώρα προέλευσης στη χώρα υποδοχής από ανάγκη ή από επιλογή, διατυπώνοντας τις σκέψεις τους για το αν η μετανάστευση έχει ερείσματα εκούσια ή/ και ακούσια. Ο εκπαιδευτικός προσπαθεί να εκμαιεύσει τον ορισμό της μετανάστευσης και τις αιτίες αυτής. Ακόμη, στο εν λόγω στάδιο, τη διάγνωση των εκπαιδευτικών αναγκών, γίνεται και ο προσδιορισμός της ανάγκης για κριτική εξέταση των στερεότυπων παραδοχών που αφορούν στο ζήτημα της μετανάστευσης.

2ο ΣΤΑΔΙΟ: Ο εκπαιδευτικός διευκολύνει μια διεργασία, μέσω της οποίας οι μαθητές εκφράζουν τις παραδοχές τους για το θέμα, υπό τη μορφή μικρής εργασίας – ομαδικά ή ατομικά. (15 λεπτά)

3ο ΣΤΑΔΙΟ: Ο εκπαιδευτικός εξετάζει τις απαντήσεις και εντοπίζει τα υπο-θέματα που πρέπει να προσεγγιστούν ολιστικά και κριτικά, προκειμένου να επανεξεταστούν οι απόψεις που διατυπώθηκαν. (15 λεπτά)

Σε αυτό το στάδιο, στη συγκεκριμένη περίπτωση, ο καθηγητής ορίζει ως υπο-θέματα τα αίτια της μετανάστευσης, απ' όπου πηγάζουν τα είδη της και τις κοινωνικοοικονομικές συνέπειές της. Δηλαδή, πιο σχηματικά έχουμε:

Υπόθεμα 1: Αίτια της μετανάστευσης:

1. Οικονομικά
2. Εκπαιδευτικά
3. Κοινωνικά

Υπόθεμα 2: Κοινωνικές και Οικονομικές Συνέπειες της μετανάστευσης:

1. Αναπτύσσονται απόψεις ότι για την ανεργία ευθύνονται αποκλειστικά οι μετανάστες.
2. Η μετανάστευση μπορεί να οδηγήσει σε κοινωνικό ντάμπινγκ.
3. Τα δικαιώματα των μεταναστών σε συνάρτηση με τη δημοκρατική λειτουργία της πολιτείας.

4ο ΣΤΑΔΙΟ: Έργα τέχνης και κριτικά ερωτήματα. (10 λεπτά)

Σε αυτό το στάδιο ο εκπαιδευτικός επιλέγει και προβάλλει στο κοινό τα έργα που θα χρησιμοποιήσει από διάφορες μορφές τέχνης (ζωγραφική, κινηματογράφος, λογοτεχνία, γλυπτική, θέατρο, φωτογραφία, μουσική, χορό κ.ά.) ως εναύσματα για να συζητηθούν τα κριτικά ερωτήματα.

i. ΚΡΙΤΙΚΕΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ:

Οι κριτικές ερωτήσεις θα δίνουν ερεθίσματα για συζήτηση και προβληματισμό σχετικά με το θέμα της μετανάστευσης.

1. Γιατί διαφέρει ο πρόσφυγας από το μετανάστη;
2. Γιατί οι μετανάστες πρέπει να έχουν τα ίδια δικαιώματα με τους ημεδαπούς στην χώρα υποδοχής;

ii. ΕΡΓΑ ΤΕΧΝΗΣ:

Τα έργα τέχνης που θα προβληθούν στους μαθητές σχετίζονται με τις κριτικές ερωτήσεις και προέρχονται από το χώρο του κινηματογράφου, της ποίησης, της μουσικής και της ζωγραφικής.

1.

Τίτλος	The immigrants' ship – Το πλοίο των μεταναστών
Ζωγράφος	John Charles Dollman (1851–1934)
Χαρακτηριστικά	ελαιογραφία σε καμβά, 111.0 x 162.5 εκ.
Έτος	1884
Πηγή	Page url: http://www.ngv.vic.gov.au/exilesandemigrants/e

	d_journey_03.html
Μουσείο/Γκαλερί	Πινακοθήκη της Νότιας Αυστραλίας, Αδελαΐδα



Ο πίνακας παρουσιάζει ένα μικρό κορίτσι που παίζει ανέμελα με τα παιχνίδια του, ενώ φαίνονται δίπλα η εξουθενωμένη μητέρα και ο προβληματισμένος πατέρας. Οι λοιποί επιβάτες όντας σκεπτικοί και κουρασμένοι, μοιράζονται τον ίδιο πόνο στο κατάστρωμα του πλοίου· τον πόνο του αποχωρισμού της πατρίδας. Έχοντας πλάι τους όλα τα αναγκαία υπάρχοντα, μεταφέρονται σε ένα νέο τόπο διαμονής. Ακόμη, αποκαλύπτεται η διαφορά των παιδικών παιχνιδιών του 1884 με εκείνα του 21^{ου} αιώνα, ενώ είναι εύκολο να αντιληφθεί κανείς την κοινωνική τάξη στην οποία ανήκουν τα άτομα δεδομένου του σημείου του πλοίου που βρίσκονται κατά τη διάρκεια του ταξιδιού. Η απογοήτευση και η στεναχώρια είναι σκιαγραφημένα συναισθήματα στα απεικονιζόμενα πρόσωπα.



2.

Τίτλος	Le Radeau de la Méduse - Η Σχεδία της Μέδουσας
Ζωγράφος	Jean-Louis-Théodore Géricault (1791 – 1824)
Χαρακτηριστικά	ελαιογραφία σε καμβά, 491 x 716 εκ.
Έτος	1818 – 1819
Πηγή	Page http://www.louvre.fr/en/oeuvre-notices/raft-medusa url:
Μουσείο/Γκαλερί	Μουσείο του Λούβρου, Παρίσι

Ο Géricault, ένας από τους πρωτοπόρους του ρομαντισμού, παρουσιάζει ένα καράβι που ταξίδευε προς τη Σενεγάλη μεταφέροντας μετανάστες. Το πλοίο είναι έτοιμο να βυθιστεί. Από μακριά, οι ναυαγοί βλέπουν ένα άλλο καράβι και αναπτερώνονται οι ελπίδες τους για σωτηρία. Θα μπορούσε να είναι ένας άμεσος παραλληλισμός· οι άνθρωποι ευρισκόμενοι σε μια χώρα που δεν τους εξασφαλίζει ποιότητα ζωής (καράβι που βυθίζεται) αποφασίζουν δια θαλάσσης να αναζητήσουν μια νέα πατρίδα (δεύτερο καράβι). Ο ζωγράφος αποτυπώνει στα πρόσωπα των ανθρώπων την κούραση και την απεγνωσμένη προσπάθεια για επιβίωση. Το φως, πέφτοντας πάνω στα σώματα των ναυαγών,

πολλαπλασιάζει τη δραματικότητα στις εκφράσεις των προσώπων και στις κινήσεις των σωμάτων, δημιουργώντας μεγαλύτερη συγκίνηση στο θεατή.

3.

Τίτλος	Η Μετανάστευση
Στίχοι	Γιάννης Νεγρεπόντης
Μουσική	Λουκιανός Κηλαηδόνης
Δίσκος	Απλά μαθήματα πολιτικής οικονομίας
Έτος	1975
Πηγή	Page url: https://www.youtube.com/watch?v=VsgczPlcYrw

Το τραγούδι χαρακτηρίζεται από έντονη επικαιρότητα και διαχρονικότητα, όπως και το φαινόμενο της μετακίνησης των ανθρώπων δεδομένου ότι γράφτηκε και μελοποιήθηκε το 1975. Συχνά αναπτύσσονται απόψεις σχετικά με την ανεργία: ευθύνονται αποκλειστικά οι μετανάστες και αυτή αποτελεί κύρια αιτία εγκατάλειψης ενός τόπου. Εύκολα όμως πέφτει στο πηγάδι της λήθης ότι η ανεργία μπορεί να οφείλεται στην οικονομική κρίση, στην έλλειψη επενδύσεων, κ.ά. Όπως και να 'χει, πριν κρίνουμε τον μικρό σε ηλικία μετανάστη, καλό είναι να αναλογιστούμε τις υπηρεσίες παραγωγής που δύναται να προσφέρει όποια κι αν είναι η χώρα διαμονής του ή/και να βάλουμε τον εαυτό μας στη θέση του.

3.

Τίτλος πρωτοτύπου	Για τον όρο «μετανάστες»
Συγγραφέας	Eugen Berthold Friedrich Brecht (1898 - 1956)
Έκδοση	Berthold Brecht, <i>Ποιήματα</i> , μτφρ. Μάριος Πλωρίτης, Θεμέλιο

Λαθεμένο μού φαινόταν πάντα τ' όνομα που μας δίνουν:
«Μετανάστες».
Θα πει, κείνοι που αφήσαν την πατρίδα τους. Εμείς, ωστόσο,
δε φύγαμε γιατί το θέλαμε,
λειτουργία να διαλέξουμε μίαν άλλη γη. Ούτε
και σε μίαν άλλη χώρα μπήκαμε
να μείνουμε για πάντα εκεί, αν γινόταν.
Εμείς φύγαμε στα κρυφά. Μας κυνήγησαν, μας προγράψανε.
Κι η χώρα που μας δέχτηκε, σπίτι δε θα 'ναι, μα εξορία.
Έτσι, απομένουμε δω πέρα, ασύχαστοι, όσο μπορούμε πιο κοντά
στα σύνορα,
προσμένοντας του γυρισμού τη μέρα, караδοκώντας το παραμικρό
σημάδι αλλαγής στην άλλην όχθη, πνίγοντας μ' ερωτήσεις
κάθε νεοφερμένο, χωρίς τίποτα να ξεχνάμε, τίποτα
ν' απαρνιόμαστε,
χωρίς να συγχωράμε τίποτ' απ' όσα έγιναν, τίποτα δε συγχωράμε.
Α, δε μας ξεγελάει τούτη η τριγύρω σιωπή! Ακούμε ίσαμ' εδώ
τα ουρλιαχτά που αντιλαλούν απ' τα στρατόπεδά τους. Εμείς
οι ίδιοι
μοιάζουμε των εγκλημάτων τους απόηχος, που κατάφερε
τα σύνορα να δρασκελίσει. Ο καθένας μας,
περπατώντας μες στο πλήθος με παπούτσια ξεσκισμένα,
μαρτυράει την ντροπή που τη χώρα μας μολεύει.
Όμως κανένας μας
δε θα μείνει εδώ. Η τελευταία λέξη
δεν ειπώθηκε ακόμα.

Ο Γερμανός συγγραφέας έγραψε το ποίημα αυτό το 1937, όταν ζούσε ως αυτοεξόριστος στη Σκανδιναβία, κατατρεγμένος από τη χιτλερική εξουσία. Ο Β' Παγκόσμιος πόλεμος δεν είχε ακόμη ξεσπάσει, αλλά το ναζιστικό καθεστώς είχε αποδείξει πως το πρόσωπό του δεν θα ήταν τίποτα άλλο, παρά βίαιο και απάνθρωπο με την άγρια καταδίωξη των Εβραίων και των αντιφρονούντων Γερμανών

να παίζει τον πρωταγωνιστικό ρόλο. Ο τίτλος δηλώνει και το θέμα που απασχολεί τον ποιητή - είναι ο όρος «μετανάστες». Ο ομοδιηγητικός αφηγητής μέσα από τα πολλά σχήματα λόγου που χρησιμοποιεί κυρίως αντιθέσεις, θέλει να παρουσιάσει το ότι μετανάστες είναι όσοι εγκαταλείπουν ηθελημένα την πατρίδα τους – η απόφασή τους δηλαδή είναι εκούσια. Αντίθετα, εκείνος και πολλοί άλλοι δεν εγκατέλειψαν τον τόπο τους ηθελημένα, δεν διαλέξαμε τον προορισμό τους και η χώρα υποδοχής που ζούμε δεν είναι ούτε η πατρίδα τους ούτε αντικαθιστά αυτήν, αλλά την θεωρούν εξορία. Οι εικόνες και ειδικότερα οι τελευταίοι στίχοι του ποιήματος, προβάλλουν την οργή, την αγανάκτηση, την αδικία και την ελπίδα για επαναπατρισμό.

4.

Πρωτότυπος τίτλος	Νύφες
Σκηνοθέτης	Παντελής Βούλγαρης
Διάρκεια	135 λεπτά
Έτος παραγωγής	2004
Χώρα παραγωγής	Ελλάδα
Πηγή – (ες)	Internet - Pages url: (Official trailer) https://www.youtube.com/watch?v=XSLfRdziVuw (ολόκληρη ταινία) https://www.youtube.com/watch?v=_xwQOJQJ46w

Η βραβευμένη δραματική και ηθογραφική ταινία του γνωστού σκηνοθέτη Παντελή Βούλγαρη έχει ως κεντρικό θέμα το ταξίδι 700 γυναικών, διαφόρων εθνικοτήτων, από την Κωνσταντινούπολη προς τη Νέα Υόρκη, όπου θα συναντούσαν τους άντρες που επρόκειτο να παντρευτούν. Συναισθήματα όπως η

οδύνη, η μελαγχολία, η μοναξιά, η συγκίνηση προβάλλονται σε έντονο βαθμό. Οι «Νύφες» είναι μία ταινία που κάνει τον θεατή να βιώσει τον πόνο ενός ταξιδιώτη σε πολύ έντονο βαθμό.

5ο ΣΤΑΔΙΟ: Έργα τέχνης και συσχέτιση με τα κριτικά ερωτήματα. (20 λεπτά)

Εδώ γίνεται η επεξεργασία των έργων τέχνης και η συσχέτισή της με τα κριτικά ερωτήματα, μέσω διαλόγου καθηγητή – μαθητών από διαφορετικές οπτικές γωνίες, προκειμένου να αποκαλυφθούν στους εκπαιδευόμενους όσο το δυνατόν περισσότερες διαστάσεις και να τους δοθεί η δυνατότητα να επανεξετάσουν τις αρχικές τους παραδοχές.

Αξίζει να επισημανθεί ότι ένα από τα βασικά εργαλεία σε αυτή τη διαδικασία είναι η αισθητική εμπειρία. Ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει διαδοχικά διάφορα έργα τέχνης και οι μαθητές προσδιορίζουν τη σειρά με την οποία θα γίνει η επεξεργασία τους, βάσει του μοντέλου παρατήρησης έργων τέχνης – μοντέλο D. Perkins. Κάθε έργο τέχνης αναλύεται και συνδέεται κριτικά με τα σχετικά υπο-θέματα. Οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να εκφράσουν τις εμπειρίες, τα συναισθήματα, τις σκέψεις τους.

Τα 4 στάδια του μοντέλου D. Perkins

1^ο Στάδιο: Χρόνος για παρατήρηση & Προσδιορισμός της ανάγκης για κριτική διερεύνηση του θέματος: ο παρατηρητής (οι μαθητές) αφιερώνει όσο χρόνο του χρειάζεται για να παρατηρήσει το έργο τέχνης. Πρόκειται για μία νοοτροπία που θα πρέπει να υιοθετήσει ο παρατηρητής, βάσει της οποίας δεν πρέπει να σπεύδει σε ερμηνείες με τη πρώτη ματιά, αλλά να δίνει τόσο χρόνο όσο χρειάζεται για μία «αντικειμενική» παρατήρηση. Ο εκπαιδευτικός προσπαθεί να εκμαιεύσει τις απόψεις, τα δεδομένα, τις απορίες των μαθητών και να «εκμεταλλευτεί» την ήδη υπάρχουσα γνώση επί του θέματος· δεν απαιτούνται εκτιμήσεις και συμπεράσματα.

Ενδεικτικές ερωτήσεις πρώτου σταδίου:

- ✓ *Τι βλέπετε στο παρόν έργο τέχνης;*
- ✓ *Υπάρχουν απορίες, ερωτήματα σχετικά με αυτό που παρατηρείτε;*
- ✓ *Μπορείτε να κυκλώσετε τα αξιοπρόσεκτα σημεία ή να κρατήσετε σημειώσεις από το εν λόγω έργο τέχνης.*
- ✓ *Σας θυμίζει κάτι το συγκεκριμένο έργο τέχνης;*
- ✓ *Σας κάνει να αισθάνεστε κάτι το εν λόγω έργο τέχνης;*

2^ο Στάδιο: *Ανοικτή & Περιπετειώδης Παρατήρηση*: πρόκειται για την ανοικτή και χωρίς προκαταλήψεις παρατήρηση, η οποία ενεργοποιεί τη δημιουργική ματιά του παρατηρητή. Εδώ, ενεργοποιείται η ανοικτή σκέψη, που δεν ερμηνεύει, αλλά παρατηρεί ακόμη καλύτερα, λαμβάνοντας υπόψη ποικίλες παραμέτρους. Ουσιαστικά, είναι η σκέψη που δεν παίρνει τίποτα ως δεδομένα, αλλά ανασυνθέτει τα δεδομένα με μία δημιουργική (αποκλίνουσα) ματιά. Οι μαθητές μπορούν να καταγράψουν τα παραπάνω υπό τη μορφή μικρής εργασίας- ατομικά ή ομαδικά.

Ενδεικτικές ερωτήσεις δεύτερου σταδίου:

- ✓ *Τι συμβαίνει εδώ; Φτιάξτε ένα «σενάριο» για αυτό που βλέπετε.*
- ✓ *Αναζητήστε τις υπερβολές & τις εκπλήξεις στο έργο τέχνης.*
- ✓ *Ψάξτε για συμβολισμούς και μηνύματα.*
- ✓ *Μπορείτε να κάνετε ιστορικές και πολιτισμικές συνδέσεις;*
- ✓ *Αναζητήστε την ατμόσφαιρα που αποπνέει το εν λόγω έργο τέχνης.*

3^ο Στάδιο: *Ξεκάθαρη, Αναλυτική & Εις Βάθος Παρατήρηση*: η σκέψη του μαθητή μετατρέπεται σε αναλυτική, αφού καλείται να ξεκαθαρίσει, να εμβαθύνει, να ερμηνεύσει, να εξηγήσει. Έχοντας λάβει υπόψη του το ρεπερτόριο των εμπειριών, των γνώσεων, των παρατηρήσεων από τα δύο προηγούμενα στάδια, πλέον είναι σε θέση να οδηγηθεί στα πρώτα συμπεράσματα, τα οποία συνδέει με το υπό εξέταση θέμα και τα ερωτήματα που έχουν τεθεί από το διδάσκοντα.

Ενδεικτικές ερωτήσεις τρίτου σταδίου:

- ✓ *Ανακαλέστε στη μνήμη σας αυτό που σας εξέπληξε. Γιατί ο καλλιτέχνης δημιούργησε αυτή την έκπληξη;*
- ✓ *Ανακαλέστε στη μνήμη σας αυτό που σας προβλημάτισε. Γιατί ο καλλιτέχνης κατάφερε να σας εντυπωσιάσει;*
- ✓ *Αναζητήστε τα αδύνατα & τα δυνατά σημεία του εν λόγω έργου τέχνης.*
- ✓ *Ελέγξτε εάν τα χρώματα, οι φόρμες, οι γραμμές, η σύνθεση και τα άλλα τεχνικά στοιχεία του έργου τέχνης επηρέασαν θετικά ή αρνητικά την παρατήρηση και τη σκέψη σας.*
- ✓ *Εκφράστε τεκμηριωμένα τα μηνύματα & τα σύμβολα που αποπνέει το έργο τέχνης ώστε να προαχθούν δομημένα συμπεράσματα.*

4^ο στάδιο: *Ολιστική Παρατήρηση & Κριτικός Αναστοχασμός*: ενεργοποιείται η οργανωτική και κριτική (συγκλίνουσα) σκέψη του παρατηρητή. Ουσιαστικά, δοκιμάζεται η ικανότητά του να αξιοποιεί το

σύνολο των πληροφοριών που συνέλεξε από τα προηγούμενα στάδια, για να εκφράσει την αίσθηση που αποπνέει το έργο.

Δεν αξιοποιούνται ερωτήσεις, αλλά εκπαιδευτικές τεχνικές με ολιστικό χαρακτήρα, όπως:

- ✓ *Δραματοποίηση: Οι μαθητές, λαμβάνοντας υπόψη όσα έχουν αναφερθεί στις προηγούμενες φάσεις, δημιουργούν μία ιστορία και τη δραματοποιούν.*
- ✓ *Συγγραφή κειμένου: Οι μαθητές οργανώνουν τις σκέψεις τους σε γραπτό κείμενο ατομικά ή ομαδικά, λαμβάνοντας υπόψη τα στοιχεία των προηγούμενων φάσεων.*

ΕΡΓΑ ΤΕΧΝΗΣ	Γιατί διαφέρει ο πρόσφυγας από το μετανάστη;	Γιατί οι μετανάστες πρέπει να έχουν τα ίδια δικαιώματα με τους ημεδαπούς στην χώρα υποδοχής;
Πίνακας “The immigrants' ship” του John Charles Dollman	✓	✓
Πίνακας “Le Radeau de la Méduse” του Jean-Louis-Théodore Gericault	✓	✓
Τραγούδι “Η Μετανάστευση” του Λουκιανού Κηλαηδόνη	✓	✓
Ποίημα “Για τον όρο «μετανάστες»” του Eugen Berthold Friedrich Brecht	✓	
Ταινία “Νύφες” του	✓	

Παντελή Βούλγαρη		
------------------	--	--

Οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν και σε ορισμένα επιπρόσθετα ερωτήματα των παραπάνω, όπως τα εξής:

ΕΡΓΑ ΤΕΧΝΗΣ	Τι μου έκανε εντύπωση;	Γιατί μου έκανε εντύπωση;	Ποιο συναίσθημα μου προκαλεί στο τέλος;
Πίνακας “The immigrants' ship” του John Charles Dollman	;	;	;
Πίνακας “Le Radeau de la Méduse” του Jean-Louis-Théodore Gericault	;	;	;
Τραγούδι “Η Μετανάστευση” του Λουκιανού Κηλαηδόνη	;	;	;

Ποίημα “Για τον όρο «μετανάστες»” του Eugen Berthold Friedrich Brecht ; ; ;			
Ταινία “Νύφες” του Παντελή Βούλγαρη ; ; ;			

6ο ΣΤΑΔΙΟ: Σύνθεση και άντληση συμπερασμάτων. (10 λεπτά)

Οι μαθητές καλούνται να γράψουν την ίδια μικρή εργασία που εκπόνησαν στο 2ο στάδιο. Έπειτα, γίνεται αποτίμηση της ανάπτυξης της σκέψης τους με βάση μια κλίμακα αξιολόγησης, πράγμα που θα κάνει ο διδάσκων μετά το πέρας της διδασκαλίας. Τέλος, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα και οι παρατηρήσεις όλων για το θέμα.

Προσδοκώμενα αποτελέσματα

Μετά το πέρας της διδασκαλίας, οι μαθητές θα πρέπει να είναι σε θέση να αναφέρουν ότι μετανάστευση είναι η μόνιμη ή προσωρινή μεταβολή του τόπου εγκατάστασης ενός ατόμου ή ενός κοινωνικού συνόλου. Αυτό το φαινόμενο παρατηρείται από αρχαιοτάτων χρόνων και γίνεται για φυσικούς, κοινωνικούς, οικονομικούς, πολιτικούς ή ψυχολογικούς λόγους - ή για κάποιο συνδυασμό των προαναφερθέντων αιτιών. Μέσα από τις εικαστικές παρεμβάσεις, ήτοι τους πίνακες ζωγραφικής, οι μαθητές θα πρέπει να κατανοήσουν ότι όταν η μετανάστευση είναι ακούσια, όπως αυτή των προσφύγων, οι καταστάσεις που θα βιώσουν από τη χώρα προέλευσης στη χώρα υποδοχής είναι δύσκολες και οι κοινωνικοοικονομικές συνέπειες μάλλον σύνθετες.

Είναι γεγονός ότι η μετανάστευση αποτελεί ένα κοινωνικό φαινόμενο το οποίο διαφοροποιείται από κοινωνία σε κοινωνία και από εποχή σε εποχή. Οι μαθητές διαβάζοντας το ποίημα του Γερμανού Berthold Brecht, «Για τον όρο «μετανάστες»», που γράφθηκε το 1937, θα αντλήσουν εικόνες και

βιώματα του ίδιου του συγγραφέα, μια και το έγραψε όντας αυτοεξόριστος στη Σκανδιναβία, κατατρεγμένος από τη χιτλερική εξουσία. Ο Β' Παγκόσμιος Πόλεμος δεν είχε ακόμη ξεσπάσει, αλλά το ναζιστικό καθεστώς είχε ήδη αποκαλύψει το βίαιο και απάνθρωπο πρόσωπό του με την άγρια καταδίωξη των Εβραίων και των αντιφρονούντων Γερμανών. Σε αυτό το σημείο, ο εκπαιδευτικός μπορεί να επισημάνει ότι πολλοί δημοκρατικοί καλλιτέχνες και διανοούμενοι διώχτηκαν ή αναγκάστηκαν να εγκαταλείψουν τη χώρα τους, για να γλιτώσουν από την ηθική και σωματική τους εξόντωση. Συνήθως, μάλιστα, δεν απέφυγαν και την αυτοεξορία, όπως ο Brecht.

Ακόμη, οι μαθητές, έχοντας ακούσει το τραγούδι του Λουκιανού Κηλαηδόνη, «Η μετανάστευση», από το 1975, θα μπορέσουν να αντιληφθούν ότι ένας ιδιαίτερα σημαντικός λόγος που μεταναστεύουν οι άνθρωποι είναι η ανεργία. Κι ενώ στην χώρα προέλευσης ο νέος μπορεί να ανήκει στο «παθητικό», όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο στίχος, στη χώρα υποδοχής τυχαίνει να συγκαταλέγεται στο «ενεργητικό» - να παράγει έχοντας όλα τα δικαιώματα που αρμόζουν σε κάθε εργαζόμενο.

Τέλος, οι «Νύφες», βραβευμένη δραματική και ηθογραφική ταινία του σκηνοθέτη Παντελή Βούλγαρη, έχει σκοπό να μεταφέρει τους μαθητές στο 1922, όπου ο Νόρμαν και η Νίκη ταξιδεύουν στο ίδιο καράβι με προορισμό την Αμερική - εκείνος, φωτογράφος που επιστρέφει στην πατρίδα του από τη Μικρά Ασία, εκείνη, μια από τις 700 νύμφες που κρατούν από μια φωτογραφία κάποιου άγνωστου γαμπρού στο βαλιτσάκι τους με την προσδοκία να παντρευτούν όταν φτάσουν στο νέο κόσμο. Πρόκειται για έναν κόσμο άγνωστο στις νύφες, που βρίθει όμως ελπίδας για μια καλύτερη ζωή. Τα μελαγχολικά μάτια των γυναικών, η αλήθεια στα πρόσωπά τους, το ήθος, η αγριάδα, η ελπίδα, κάνουν τον Νόρμαν να θέλει να τις φωτογραφίσει. Εκεί, κατά τη διάρκεια του ταξιδιού, γνωρίζει καλύτερα τη Νίκη, η οποία αναλαμβάνει το ράψιμο για τους ταξιδιώτες της πρώτης θέσης. Μια γνωριμία που εξελίσσεται μοιραία για τις ζωές και των δύο σε ένα ταξίδι χωρίς επιστροφή, θα προσφέρει στους εκπαιδευόμενους τη δυνατότητα να βιώσουν τα συναισθήματα των μεταναστών και να δουν εικόνες μαζικής μετακίνησης ανθρώπων που δεν τους έχει απομείνει τίποτα παραπάνω από την αξιοπρέπεια της ελπίδας.

Συμπερασματικά, το ότι δεν μπορεί να υπάρξει ένας κόσμος χωρίς μετανάστευση είναι το τελικό προσδοκώμενο αποτέλεσμα, το οποίο θα πρέπει να έχει γίνει αντιληπτό από όλους τους μαθητές της τάξης, μετά το πέρας της διδασκαλίας της τρέχουσας ενότητας.

Συμπεράσματα

Είναι φανερό ότι η τέχνη ως μέθοδος διδασκαλίας είναι εφαρμόσιμη και τα οφέλη για τους μαθητές είναι πολλά και ποικίλα. Η τέχνη θεωρείται αρωγός για μια πιο δημιουργική μάθηση και η συμβολή της έγκειται στην καλύτερη κατανόηση των υπό εξέταση εννοιών, στην καλλιέργεια κριτικής σκέψης, ικανοτήτων και δεξιοτήτων των μαθητών, στην δημιουργία ενός ευχάριστου μαθησιακού κλίματος.

Αναφορές

Kokkos, A. (2011), Transformative learning through aesthetic experience: Towards a comprehensive method. *Journal of Transformative Education*, 1541344610397663.

Brinia, V. & Vikas Ev. (2012), *Economics in Secondary education: A case study in Greece. Archives of Economic History*, Vol. XXIV, N. 1. ISSN 1108-7005.

Perkins D. (1994), *The Intelligent Eye: Learning to Think by Looking at Art (Occasional Paper Series)*.

Κόκκος Αλ. & Συνεργάτες (2011), *Εκπαίδευση μέσα από τις τέχνες*, Αθήνα: Εκδόσεις Μεταίχμιο.

Μπρίνια Β. (2007), *Η εισαγωγή της μεθόδου project στη διδασκαλία των οικονομικών μαθημάτων: Βιωματική – Επικοινωνιακή διδασκαλία*, Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.

Μάραντος Π. & Θεριανός Κ. (2014), *Πολιτική Παιδεία: Α' ΓΕΛ και ΕΠΑ.Λ.*, Αθήνα: Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών και Εκδόσεων «Διόφαντος».

ΕΙΣΗΓΗΣΗ 2η

«Είναι ο κόσμος μας Ευκλείδειος;» : Διδάσκοντας Γεωμετρία σε μαθητές Β' Λυκείου με τεχνικές «Δραματικής Τέχνης στην Εκπαίδευση»

Παναγιώτα Κοταρίνου, Δρ τμήματος Ειδικής Αγωγής Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Χαρούλα Σταθοπούλου, Καθηγήτρια στο Καλλιτεχνικό Σχολείο Γέρακα, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Περίληψη

Παρουσιάζουμε την εμπλοκή μιας ομάδας μαθητών Β' Λυκείου σε ένα διδακτικό πείραμα 25 διδακτικών ωρών που αφορούσε στην αξιωματική θεμελίωση της Ευκλείδειας και των μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών (Υπερβολικής και Ελλειπτικής), το οποίο βασίστηκε στην αξιοποίηση τεχνικών 'Δραματικής Τέχνης στην Εκπαίδευση' (ΔΤΕ). Η ΔΤΕ αποτελεί μια επιτελεστική τέχνη και ταυτόχρονα μια δομημένη παιδαγωγική διαδικασία η οποία, μέσα από τη δημιουργία ενός φαντασιακού κόσμου, μας παρέχει το πλαίσιο για τη διδασκαλία μιας έννοιας, μιας ιδέας ή ενός γεγονότος, τη λύση προβλήματος καθώς και τη δυνατότητα καλλιέργειας προσωπικών και κοινωνικών δεξιοτήτων. Οι μαθητές μας σε ένα συνεργατικό πλαίσιο πραγματεύτηκαν μαθηματικές έννοιες - γεωμετρικές έννοιες-, έγραψαν κείμενα για τα δρώμενα και τα παρουσίασαν με τεχνικές όπως παιχνίδι ρόλων, alter ego, reportage, συνέντευξη, ρόλο στον τοίχο, ραδιοφωνικές εκπομπές, θέατρο σκιών, Γράμματα κ.α. Μέσα από την ανάλυση των ερευνητικών μας δεδομένων διαπιστώσαμε ότι η καινοτόμος, δημιουργική και βιωματική διδασκαλία της Γεωμετρίας μέσω τεχνικών ΔΤΕ συνέβαλε στη δημιουργία ενός διδακτικού περιβάλλοντος το οποίο: α) Παρείχε κίνητρα για την κινητοποίηση και εμπλοκή των μαθητών στη διδακτική διαδικασία β) Διαμόρφωσε μια κουλτούρα στην τάξη με τον εκπαιδευτικό να 'εκχωρεί' την εξουσία του και με κοινωνικές νόρμες οι οποίες δημιούργησαν ευκαιρίες συνεργασίας, αλληλεπίδρασης των ιδεών των μαθητών στις ομάδες τους, γ) Καλλιέργησε εκείνες τις ικανότητες και δεξιότητες των μαθητών που είναι απαραίτητες για έναν υπεύθυνο πολίτη σε μια δημοκρατική κοινωνία δ) Καλλιέργησε τη δημιουργικότητα και την προσωπική έκφραση των μαθητών μέσα από τα Μαθηματικά ενώ ε) Παρείχε το πλαίσιο για την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης των μαθητών.

1. Εισαγωγή

Έχει διαπιστωθεί ότι η επίδοση των μαθητών βελτιώνεται σε ένα περιβάλλον στο οποίο παρέχεται υψηλής ποιότητας εκπαίδευση στις τέχνες και σε ένα σχολικό κλίμα που υποστηρίζει την ενεργή μάθηση (Fiske¹, 1999). Σε τέτοια σχολικά περιβάλλοντα παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές που συμμετείχαν στα προγράμματα πλούσια σε καλλιτεχνικές δραστηριότητες παρουσίασαν δημιουργικές, γνωστικές και προσωπικές ικανότητες απαραίτητες για την ακαδημαϊκή επιτυχία των μαθητών (Burton², Horowitz and Abeles, 1999). Σημαντικό επίσης εύρημα αποτελεί το ότι μαθητές από όλα τα κοινωνικο-οικονομικά στρώματα που είχαν μια συνεχή ενασχόληση με τις τέχνες παρουσίασαν υψηλότερες σχολικές επιδόσεις από τους μαθητές με χαμηλή εμπλοκή με τις τέχνες (Catterall,³ Iwanaga and Chapleau 1999).

Και ενώ η διδασκαλία της τέχνης συνεισφέρει στην πολιτιστική κατανόηση και την απόλαυση και καλλιεργεί τη φαντασία, την παρατήρηση, την εξερεύνηση, η διδασκαλία μέσω της τέχνης μπορεί να κάνει τα άλλα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος περισσότερο ελκυστικά μέσα από την οπτικοποίηση, την παροχή κινήτρων, την αυξημένη προσοχή, τη βελτιωμένη επικοινωνία, τον κριτικό στοχασμό (Bamford⁴, 2006). Η ερευνητική κοινότητα, επομένως, εκτός από τις γενικότερες επιπτώσεις από την ενσωμάτωση της τέχνης στη διδασκαλία, προσανατολίστηκε και σε έρευνες που αφορούν στην επίδραση της διδασκαλίας μέσω τέχνης στη μάθηση και τη διδασκαλία των περισσότερων αντικειμένων του αναλυτικού προγράμματος. Ένα μέρος των ερευνών αναφέρεται στην επίδραση μιας διδασκαλίας τέτοιας μορφής, στη μάθηση των Μαθηματικών σε όλες της βαθμίδες της εκπαίδευσης.

Η Norma Presmeg⁵ (2009: 131) στο άρθρο της «η έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση, αγκαλιάζοντας την τέχνη και τις επιστήμες» μιλάει για τον ρόλο των ερευνητών στην εκπαίδευση, όταν το ενδιαφέρον είναι εστιασμένο στη βελτίωση της εμπειρίας της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών. Επισημαίνει μεταξύ άλλων ότι παρά τους αναπόφευκτους νεωτερισμούς που επηρεάζουν τους τρόπους

¹ Fiske E. (ed.), *Champions of Change: The Impact of the Arts on Learning*, Washington DC, The Arts Education Partnership; The President's Committee on the Arts and Humanities, 1999.

² Burton J., Horowitz R., Abeles H., *Learning In and Through the Arts: Curriculum Implications*, in: Edward B. Fiske (Ed.), *Champions of Change: The Impact of the Arts on Learning*, Washington, D.C, The Arts Education Partnership; The President's Committee on the Arts and Humanities, 1999, pp.1-18.

³ Catterall J., Iwanaga J. and Chapleau R. *Involvement in the Arts and Human Development*, in: Edward B. Fiske (Ed.), *Champions of Change: The Impact of the Arts on Learning*, Washington D.C., The Arts Education Partnership; The President's Committee on the Arts and Humanities, 1999, pp.1-18.

⁴ Bamford A., *The Wow Factor: Global Research Compendium on the Impact of the Arts in Education*, Munich, Waxmann, 2006.

⁵ Presmeg N., *Mathematics education research embracing arts and sciences*, in: *ZDM Mathematics Education*, 2009, vol. 41, pp. 131–141.

έρευνας, ο ανθρωπισμός που χαρακτηρίζει την προσπάθειά του ερευνητή/ εκπαιδευτικού επιβάλλει την ανάγκη αξιοποίησης πτυχών των τεχνών και των φυσικών επιστημών στη διερεύνηση θεμάτων της μαθηματικής εκπαίδευσης. Μια πλούσια βιβλιογραφία έχει αναπτυχθεί για τις επιδράσεις στη μάθηση των μαθηματικών, καθεμιάς από τις μορφές τέχνης, όπως της ζωγραφικής, της γλυπτικής, της αρχιτεκτονικής, της μουσικής, του χορού, της λογοτεχνίας, του θεάτρου καθώς και της «Δραματικής Τέχνης στην Εκπαίδευση» (Drama in Education). Η Δραματική Τέχνη στην Εκπαίδευση (ΔΤΕ) είναι και αυτή μια μορφή τέχνης η αξιοποίηση της οποίας στη διδασκαλία αποτελεί μια νέα προσέγγιση στην παιδαγωγική πράξη.

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται ένα διαθεματικό project εστιασμένο στην αξιωματική θεμελίωση της Ευκλείδειας και μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών, το οποίο υλοποιήθηκε σε μια σχολική τάξη Β΄ Λυκείου με την αξιοποίηση «Δραματικής Τέχνης στην Εκπαίδευση» (ΔΤΕ).

Η «Δραματική Τέχνη στην Εκπαίδευση» σύμφωνα με τους Ο' Neil⁶ & Lambert (1990: σελ.11) αποτελεί μία μαθησιακή μέθοδο κατά την οποία οι μαθητές μέσα από την ταύτιση με φανταστικούς ρόλους και καταστάσεις, μαθαίνουν και εξερευνούν θέματα, γεγονότα και σχέσεις. Είναι μια μορφή τέχνης με παιδαγωγικό χαρακτήρα που βασικό στόχο έχει την κατανόηση του εαυτού μας και του κόσμου (Ο' Neil & Lambert, 1990: σελ.13), αλλά επίσης αποτελεί και ένα δυναμικό και δημιουργικό μεθοδολογικό εργαλείο για να διδαχθούν διάφορα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος μέσα από συλλογικές δράσεις και βιωματικές εμπειρίες, βάζοντας τα παιδιά στη θέση του ηθοποιού (βίωμα), θεατή (κρίση), συγγραφέα (νόημα) και σκηνοθέτη (μορφή). Η ΔΤΕ συνδυάζει: α) Μορφή και Περιεχόμενο, β) Δράση και Αναστοχασμό, γ) Λογική και Φαντασία, δ) Σκέψη και Συναίσθημα, ε) Σώμα και Πνεύμα. Στο Δράμα οι συμμετέχοντες δημιουργούν μια ιστορία, έναν φανταστικό κόσμο, υποδύονται ρόλους, διερευνούν ένα θέμα ή αντιμετωπίζουν προβλήματα και αποφασίζουν, δρουν και αναστοχάζονται πάνω στις πράξεις τους (Αυδή⁷ και Χατζηγεωργίου, 2007). Η ΔΤΕ, σύμφωνα με την Wagner⁸ (1999), δίνει τη δυνατότητα στους συμμετέχοντες, είτε κατά τη διάρκειά του, είτε κατά τη συζήτηση μετά, να εξετάσουν την πραγματικότητα μέσα από τη φαντασία, να κοιτάξουν κάτω από την επιφάνεια των πράξεων και να βρουν το βαθύτερο νόημα των πράξεων αυτών. Στη μεθοδολογία αυτή συνδυάζονται οι παραδοσιακές διδακτικές πηγές και η παρουσίαση με δραματική/θεατρική μορφή. Ουσιαστικά, με τη χρήση αυτής της μεθόδου ενισχύεται η ικανότητα των μαθητών να εμπλακούν με το υλικό που πρέπει να μελετηθεί.

⁶ Ο' Neil C. & Lambert A., *Drama Structures. A practical Handbook for Teachers*. Stanley Thornes (Publishers) Ltd, 1990.

⁷ Αυδή, Α. και Χατζηγεωργίου, Μ., *Η τέχνη του δράματος στην εκπαίδευση*. Αθήνα: Μεταίχμιο, 2007.

⁸ Wagner B., *Dorothy Heathcote. Drama as a Learning Medium*, Portsmouth, Heinemann, 1999.

Η ΔΤΕ αποτελεί μια ολιστική προσέγγιση στην ακαδημαϊκή μάθηση. Η Dorothy Heathcote, από τις σημαντικότερες φυσιογνομίες στον κόσμο του Δράματος, πρώτη δήλωσε ότι το Δράμα είναι μια ισχυρή και αποτελεσματική μέθοδος διδασκαλίας, διότι βοηθά τη σύνδεση της μάθησης με πραγματικές καταστάσεις της ζωής (Catterall⁹, 2002). Η ΔΤΕ, ως εκπαιδευτική μέθοδος χρησιμοποιείται ως μέσο διερεύνησης της νέας γνώσης και όχι ως αυτοσκοπός. Ο κύριος στόχος της είναι να δώσει στο παιδί την ευκαιρία να βιώσει μια βαθιά μαθησιακή εμπειρία σε σχέση με το παιδαγωγικό θέμα που διαπραγματεύεται. Η χρήση του Δημιουργικού δράματος στην τάξη είναι μια διαδικασία εστιασμένη στον μαθητή, όπου η βιωματική μάθηση μπορεί να καλλιεργηθεί και να αναπτυχθεί σε οποιοδήποτε πρόγραμμα σπουδών (Annarella¹⁰, 1992a).

Στη ΔΤΕ ο δάσκαλος και οι μαθητές συμμετέχουν σε ρόλο, για να δημιουργήσουν ιστορίες και σκηνές μέσα από τις οποίες οι μαθητές μπορούν να βιώσουν το πρόγραμμα σπουδών σε ένα συναισθηματικά πλούσιο πλαίσιο και όχι να αναπτύξουν θεατρικές δεξιότητες στην υποκριτική, τη συγγραφή, τη σκηνοθεσία, τον φωτισμό. Ο στόχος είναι οι μαθητές να δώσουν προσοχή αλλά και φροντίδα σε έναν «ως εάν» ('as if') κόσμο, έναν κόσμο που τον αισθάνονται πραγματικό, ακόμα κι αν ξέρουν ότι δεν είναι. Όταν οι μαθητές βιώνουν έναν ρόλο σε αυτόν τον φανταστικό κόσμο, χτίζουν πίστη και συναίσθημα για τους χαρακτήρες, τις καταστάσεις και τις συγκρούσεις αυτού του φανταστικού κόσμου. Μέσα από αυτήν την πεποίθηση και μέσα από τη συμμετοχή αυτή και εμπλοκή τους στο δράμα οι μαθητές αποκτούν ενδιαφέρον για τη γνώση του προγράμματος σπουδών.

Σύμφωνα με την έρευνα, το Δράμα προσφέρει μεγάλες δυνατότητες και ευκαιρίες για την ανάπτυξη δεξιοτήτων για σκέψη (Yaffe¹¹, 1989; Catterall¹², 2007) και αναστοχασμό (metacognition) (Catterall, 2007; Johnson¹³, 2002), αυξάνει την κατανόηση (Yaffe, 1989), καλλιεργεί ικανότητες επίλυσης προβλήματος (Catterall, 2007) και αναπτύσσει δεξιότητες κριτικής σκέψης (Baillin¹⁴, 1998). Ως προς την ανάπτυξη διαπροσωπικών δεξιοτήτων: η ΔΤΕ Καλλιεργεί την ενσυναίσθηση και το σεβασμό προς τους άλλους, αναγνωρίζοντας ότι κάθε άτομο έχει ικανότητες και συνεισφέρει με το δικό του τρόπο

⁹ Catterall J., *Research on Drama and Theater in Education*, in: Richard Deasy (Ed.), *Critical links: Learning in the Arts and Student Academic and Social Development*, Washington, Arts Education Partnership, 2002.

<http://www.aep-arts.org>.

¹⁰ Annarella L. A., *Creative Drama in The Classroom*, ERIC Document Reproduction Service ED391206, 1992a.

¹¹ Yaffe S., *Drama as a teaching tool*, in: Educational Leadership, 1989, vol. 46, issue 6, pp. 29-35.

¹² Catterall J. S., *Enhancing peer conflict resolution skills through drama: an experimental study*, in: Research in Drama Education: The Journal of Applied Theatre and Performance, 2007, vol. 12, issue 2, pp. 163-178.

¹³ Johnson C., *Drama and metacognition*, in: Early Child Development and Care, 2002, vol. 172, issue 6, pp. 595-602.

¹⁴ Bailin S., *Critical thinking and drama education*, in: Research in Drama Education, 1998, vol. 3, issue 2, pp. 145- 153.

στην ομάδα (Yassa¹⁵, 1999), ενισχύει την επικοινωνία (Yassa, 1999), καλλιεργεί την ευελιξία και την ανεκτικότητα (Yassa, 1999), ενισχύει τις δεξιότητες επίλυσης συγκρούσεων (Catterall, 2007), προωθεί τη συνεργασία και την εργασία σε ομάδες (Catterall, 2007), ενισχύει την κοινωνική αλληλεπίδραση (Yassa, 1999), δίνει μαθήματα Δημοκρατίας με την έννοια ότι οι μαθητές μαθαίνουν να αντιμετωπίζουν τις διαφορές τους, και μέσω συμβιβασμού και διαπραγμάτευσης να έρχονται σε συμφωνία με τα άλλα μέλη της ομάδας (Yassa, 1999). Ως προς την ανάπτυξη μέσω του Δράματος των ενδοπροσωπικών δεξιοτήτων από τη βιβλιογραφία έχουμε ότι η ΔΤΕ: συμβάλλει στην ανάπτυξη της προσωπικότητας (Neelands¹⁶, 1998), αναπτύσσει και ενδυναμώνει την αυτοεκτίμηση (self-esteem) του μαθητή (Yassa, 1999), τονώνει την αυτοπεποίθησή του (Yassa, 1999), τονώνει στους μαθητές την εμπιστοσύνη στον εαυτό τους, για να μιλήσουν μπροστά στο κοινό (Kao¹⁷, 1998), τονώνει το συναίσθημα αυτεπάρκειας του μαθητή (self-efficacy) (Catterall, 2007), ενισχύει την αυτοεκτίμηση και αυτοπεποίθηση των μαθητών που έχουν προβλήματα επίδοσης (Yaffe, 1989).

Τα κύρια πλεονεκτήματα της αξιοποίησης της ΔΤΕ στη διδασκαλία των διαφόρων αντικειμένων του αναλυτικού προγράμματος αφορούν στην κουλτούρα της τάξης, στην επίδραση στις προσωπικές και διαπροσωπικές δεξιότητες των μαθητών, τις σχέσεις δασκάλου-μαθητή καθώς και στο γνωστικό και μεταγνωστικό πεδίο της μάθησης. Όσον αφορά στη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών, η έρευνα σχετικά με την εισαγωγή του Δράματος στη διδακτική διαδικασία, αν και σχετικά περιορισμένη, είναι πολύ ενθαρρυντική ως προς την κατανόηση και διατηρησιμότητα της γνώσης των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές. Πράγματι από τις περισσότερες έρευνες οι οποίες αφορούν μαθητές στο Δημοτικό σχολείο και στο Γυμνάσιο, διαπιστώθηκε ότι η διδασκαλία μιας τέτοιας μορφής επιδρά θετικά στη μάθηση και επίδοση των μαθητών στα Μαθηματικά, παρέχοντας ένα μαθησιακό περιβάλλον που ευνοεί τη μάθηση με κατανόηση, την αναγνώριση από τους μαθητές της χρησιμότητας των μαθηματικών, προσελκύοντας το ενδιαφέρον των μαθητών και προσφέροντας το πλαίσιο και τα κίνητρα για ενεργή συμμετοχή τους στην επίλυση μαθηματικού προβλήματος. Αναλυτικότερα, οι μαθητές που διδάχθηκαν τα Μαθηματικά μέσω τεχνικών Δράματος σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης παρουσίασαν υψηλότερες επιδόσεις στα Μαθηματικά, από τους μαθητές που διδάχθηκαν το ίδιο θέμα με τον παραδοσιακό τρόπο (Erdogan¹⁸ & Baran, 2009; Fleming¹⁹, Merrell & Tymms, 2004;

¹⁵ Yassa N., *High School Students' Involvement in Creative Drama: The Effects on Social Interaction*, in: *Research in Drama and Theatre in Education*, 1999, vol. 4, issue 1, pp. 37-51.

¹⁶ Neelands J., *Beginning Drama 11-14*, London, David Fulton Publishers, 1998.

¹⁷ Kao, Shin-Mei & O' Neil, C., *Words Into Worlds. Learning a Second Language Through Process Drama*, Ablex Publishing Corporation, 1998.

¹⁸ Erdogan S. & Baran G., *A study on the effect of Mathematics teaching provided through Drama on the Mathematics ability of six-year-old children*, in: *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2009, vol. 5, issue 1, pp. 79-85.

Saab²⁰, 1987; Duatepe²¹, 2004; Şengül²² & Örnek ,2009; Charette²³, 2004), έδωσε δε τη δυνατότητα να διακριθούν μαθητές οι οποίοι είχαν χαμηλή επίδοση (Nave²⁴, 1983). Οι μαθητές συγκράτησαν στη μνήμη τους για περισσότερο χρόνο τη γνώση που απέκτησαν (Duatepe, 2004; Tulej²⁵ & Gorman, 1990; Kayhan²⁶, 2009; Bakkaloğlu²⁷, 2011; Ekinözü²⁸, 2007) και οι ίδιοι δήλωσαν ότι η μέθοδος διδασκαλίας μέσω Δράματος διευκόλυνε τη μάθηση (Cantürk- Günan²⁹ & Özen, 2010; Duatepe³⁰, 2004) και έκανε το μάθημα πιο ενδιαφέρον (Cantürk- Günan & Özen, 2010).

Η έρευνα έδειξε ότι η διδασκαλία των Μαθηματικών μέσω τεχνικών ΔΤΕ ενδυναμώνει την εννοιολογική κατανόηση (Bae³¹ Park D. And Park M, 2007, Karaduman³², 2011; Wilburne³³ και Napoli, 2007; Carter³⁴ & Westaway, 2005), δίνει το πλαίσιο, ώστε οι μαθητές να βρουν προσωπικό νόημα στη γνώση (Karaduman, 2011; Duatepe, 2004; Nicol και Crespo³⁵, 2005; Gerofsky³⁶, 2011;

¹⁹ Fleming M., Merell C., Tymms P., *The impact of Drama on pupils' language, mathematics, and attitude in two primary schools*, in: Research in Drama Education, 2004, vol. 9, issue 2.

²⁰ Saab J., *The effects of creative Drama methods on mathematics achievement, attitudes and creativity*, PhD Dissertation Education D., West Virginia University, 1987.

²¹ Duatepe, A. *The effects of Drama based instruction on seventh grade students' Geometry achievement, Van Hiele geometric thinking levels, attitude toward Mathematics and Geometry*. PhD Thesis submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2004.

²² Şengül, S. & Örnek Tükenmez, S., *The effects of dramatization method on elementary school students' levels of maths attitudes and achievements*, in: Procedia Social and Behavioral Sciences, 2009, vol.1, pp. 2131-2135.

²³ Charette R., *Integrating the history of mathematics in the teaching of mathematics*, in: ICME, Topic Study Group 17, 2004.

²⁴ Nave T., *Drama + Mathematics = Dramatics*, in: Arithmetic Teacher, 1983, vol. 30, issue 5, pp. 22-24.

²⁵ Tulej J. & Gorman M., *Mathematics and Drama*, in: Mathematics teaching, 1990, vol.131.

²⁶ Kayhan H. C., *Creative Drama In Terms Of Retaining Information*, in: Procedia social and Behavioral Sciences, 2009, vol. 1, issue 1, pp. 737-740.

²⁷ Bakkaloğlu N., *The effect of Drama method on 4th grade students' at mathematics success and attitudes*, in: proceedings of the Conference: ECER 2011, Urban Education, 2011.

²⁸ Ekinözü, İ. & Şengül, S., *The effect of the usage of Role-play in permutation and probability subject to the students' success and recall level*, in: Kastamonu Education Journal, 2007, vol. 15, issue 1, pp. 251-258.

²⁹ Cantürk- Günan B. & Özen D., *The application of Drama method on Prisms subject*, in: Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi , 2010, vol. 27.

³⁰ Duatepe, A. *The effects of Drama based instruction on seventh grade students' Geometry achievement, Van Hiele geometric thinking levels, attitude toward Mathematics and Geometry*. PhD Thesis submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2004.

³¹ Bae J., S., Park Do-yong, Park M., *The retention of Mathematical concepts in multiplication in the inquiry-based pantomime instructions*, in: Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Seoul, 2007, vol.1, pp.195.

³² Karaduman, G. B., *The Application of Creative Drama in Geometry with Gifted Students*, in: The 19th Biennial World Conference of the WCGTC: Making a World of Difference for Gifted Children, Prague, 2011.

³³ Wilburne J. & Napoli M., *Integrating Literature and Mathematics: A mysterious connection*, in: Mathematics Teaching in the Middle School, 2007, vol. 13, issue 3, pp. 134-139.

³⁴ Carter C. and Westaway L., *The mathematics allergy: Is Drama in Education the much-needed antidote?*, in: Proceedings of the Eighth International Conference 'The Mathematics Education into the 21st Century Project', Johor Bahru, Malaysia, Universiti Teknologi Malaysia 2005.

³⁵ Nicol, C., Crespo, S., *Exploring Mathematics in Imaginative Places: Rethinking What Counts as Meaningful Contexts for Learning Mathematics*, in: School Science and Mathematics, vol. 105, issue 5, pp.240 .

Harris³⁷ 1999) και να συνδέσουν τη γνώση με την πραγματική ζωή (Heck³⁸, 1980). Τέλος, η διδασκαλία των Μαθηματικών μέσω Δράματος ενισχύει τη δημιουργική σκέψη (Bae et al., 2007), δίνει την ευκαιρία στους απρόθυμους μαθητές να συμμετάσχουν στο μάθημα (Ward³⁹, 2008) και βοηθάει να εισαχθούν με επιτυχία μαθηματικές έννοιες στους μαθητές (Nevin⁴⁰, 1992).

2. Το πλαίσιο και η μέθοδος της έρευνας

Το πλαίσιο της έρευνας: Η έρευνα πραγματοποιήθηκε σε τμήμα 26 μαθητών/τριών Β΄ Λυκείου (16 κορίτσια, 10 αγόρια). Από τους συμμετέχοντες μαθητές/τριες οι 17 ακολουθούσαν το πρόγραμμα σπουδών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης και οι 9 τον κύκλο της θεωρητικής. Η έρευνα έγινε στο Πειραματικό Λύκειο Ιλίου και είχε διάρκεια τεσσάρων μηνών (σχολ. έτος 2010-2011).

Η Μέθοδος της έρευνας: Για τη συλλογή των δεδομένων αξιοποιήσαμε τεχνικές εθνογραφικής έρευνας (παρατήρηση, συνεντεύξεις), ορισμένες συζητήσεις στην τάξη μαγνητοφωνήθηκαν και αναλύθηκαν και όλα τα δρώμενα των μαθητών βιντεοσκοπήθηκαν και αναλύθηκαν.

Για την παρέμβασή μας στηριχτήκαμε στη λογική του διδακτικού πειράματος (Χρονάκη⁴¹, 2008). Το διδακτικό πείραμα έφερε τον τίτλο 'Είναι ο κόσμος μας Ευκλείδειος;' και αφορούσε στη διδασκαλία με χρήση τεχνικών ΔΤΕ της αξιωματικής θεμελίωσης της Ευκλείδειας, της Υπερβολικής και Ελλειπτικής Γεωμετρίας καθώς και της ιστορίας του 5ου αιτήματος του Ευκλείδη. Πραγματοποιήθηκε σε 25 διδακτικές ώρες, στη διάρκεια 7 εβδομάδων και διέτρεξε τα μαθήματα της Γεωμετρίας, Ιστορίας, Νεοελληνικής Γλώσσας Λογοτεχνίας και Αρχαίων Ελληνικών.

Ερευνητικός στόχος μας στο διδακτικό πείραμα ήταν η διερεύνηση της επίδρασης των τεχνικών ΔΤΕ στη μάθηση και διδασκαλία των Μαθηματικών.

Το διδακτικό πείραμα "Είναι ο κόσμος μας Ευκλείδειος;" Το διδακτικό πείραμα αναπτύχθηκε σε τρεις άξονες –τις Μαθηματικές έννοιες, το ιστορικό και πολιτισμικό πλαίσιο στο οποίο αυτές

³⁶ Gerofsky S., *Without emotion, there is nothing left but burden, Teaching mathematics through Heathcote's Improvisational Drama*, in Bridges 2011: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture, 2011.

³⁷ Harris J., *Interweaving Language and Mathematics Literacy through a Story*, in: Teaching Children Mathematics, 1999, vol. 5, issue 9, pp. 520-24.

³⁸ Heck, Shirley F., *Problem Solving Plus Role Playing Equal Interest Plus Basic Skills in Mathematics*, in: Arithmetic Teacher, 1980, vol. 28, issue 1, pp. 34-36.

³⁹ Ward-Penny R., *The performing Arts in the Mathematics Classroom*, in: Mathematics in School, 2008, vol. 37, issue 4.

⁴⁰ Nevin M. L., *A Language Arts Approach to Mathematics*, in: Arithmetic Teacher, 1992, vol. 40, issue 3, pp. 142-146.

⁴¹ Χρονάκη Άννα, *Το 'διδακτικό πείραμα': Μελετώντας τη διαδικασία μάθησης και διδασκαλίας*, στο Βασίλειος Σβολόπουλος (Επ.), *Σύνδεση Εκπαιδευτικής Έρευνας και Πράξης. Η Ακαδημαϊκή Πλευρά*, Αθήνα, [Τόπος έκδοσης:], Ατραπός, 2008, σελ. 371-401.

γεννήθηκαν και αναπτύχθηκαν και τα πρόσωπα που συμμετείχαν στη γένεσή τους— και πραγματοποιήθηκε με κύριους στόχους: α) Η ΔΤΕ να αποτελέσει κίνητρο για τους μαθητές, ώστε να συμμετέχουν ενεργά στο μάθημα της γεωμετρίας β) Να κατανοήσουν οι μαθητές πώς θεμελιώνονται τα παραπάνω τρία μοντέλα Γεωμετριών γ) Να αμφισβητήσουν τις στερεοτυπικές εικόνες για τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους.

Ενότητες του διδακτικού πειράματος: Το όλο διδακτικό πείραμα χωρίστηκε σε επτά ενότητες, ανάλογα με το θέμα των Μαθηματικών που αναπτύχθηκε σε κάθε ενότητα. Την τελευταία ενότητα αποτέλεσε η δημιουργία της ταινίας. Για κάθε ενότητα προσδιορίσαμε τους ειδικούς στόχους συνδέοντάς τους με τους σκοπούς που είχαμε θέσει για το διδακτικό πείραμα.

Δομή ενότητων: Η δομή των δραστηριοτήτων σε κάθε διδακτική ενότητα ήταν σε γενικές γραμμές η ακόλουθη. Η ερευνήτρια έκανε μια εισαγωγική διάλεξη στο θέμα, με τη βοήθεια μιας ψηφιακής παρουσίασης και ταυτόχρονα ή μετά τη διάλεξη επακολούθησε σχετική συζήτηση. Σε επόμενες διδακτικές ώρες οι μαθητές σε ομάδες, μελετούσαν σχετική με το θέμα βιβλιογραφία, από μια ποικιλομορφία κειμένων που τους μοίραζε η ερευνήτρια, με στόχο την κατανόηση του διδασκόμενου θέματος. Ορισμένες φορές για πληρέστερη κατανόηση του θέματος γινόταν αξιοποίηση των Νέων Τεχνολογιών καθώς και χειραπτικού υλικού και, αν κρινόταν απαραίτητο, γινόταν μια μικρή ανακεφαλαιωτική συζήτηση ή δραστηριότητα με τους μαθητές. Τέλος, οι ομάδες προετοίμαζαν και πραγματοποιούσαν παρουσιάσεις σχετικές με το θέμα αξιοποιώντας τεχνικές ΔΤΕ. Στο τέλος των παρουσιάσεων δινόταν χρόνος, για να αναστοχαστούν οι μαθητές σχετικά με το θέμα, την παρουσίαση και την προετοιμασία του δρώμενου.

Το διδακτικό πείραμα περιελάμβανε τις παρακάτω ενότητες:

1η: Τα στοιχεία του Ευκλείδη και η αξιωματική θεμελίωση της Γεωμετρίας. Σχέση της αξιωματικής θεμελίωσης του Ευκλείδη με τη Λογική του Αριστοτέλη και μελέτη από το πρωτότυπο των ορισμών, των κοινών εννοιών και των αξιωμάτων του Ευκλείδη καθώς και σχολίων που αφορούν σε αυτά. Ανακεφαλαιωτική παρουσίαση της αξιωματικής θεμελίωσης του Ευκλείδη με την τεχνική *‘Δάσκαλος σε ρόλο’*. Δραστηριότητες των μαθητών με τεχνικές Δράματος όπως : *παιχνίδι ρόλων*, *ρεπορτάζ* και *Alter-ego*.

2η: Ο Ευκλείδης και το ιστορικό, πολιτισμικό και πολιτικό πλαίσιο της εποχής του. Δραματοποιημένη αφήγηση από τους μαθητές του κεφαλαίου *‘Η έπαρση του Ευκλείδη’* από το βιβλίο *‘‘ Η ράβδος του Ευκλείδη’’* του Jean-Pierre Luminet.

3η: ‘Η ιστορία στη σκιά’. Η αμφισβήτηση του 5^{ου} αιτήματος ως τον 18^ο αι. Γνωριμία των μαθητών με την ιστορία αμφισβήτησης του 5^{ου} αιτήματος του Ευκλείδη από τους διαδόχους του και παρουσίαση από τους μαθητές με τεχνικές ‘θεάτρου σκιών’ των αποτυχημένων προσπαθειών απόδειξης του από τους Άραβες μαθηματικούς καθώς και από τους Σακκίερι και Λάμπερτ. Ισοδύναμες με το 5^ο αίτημα προτάσεις της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.

4η: Οι θεμελιωτές των μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών, János Bolyai, Lobatsceviski και Riemann. Μετά από μελέτη των βιογραφιών τους, παρουσίαση του Lobatsceviski με την τεχνική ‘Περίγραμμα ρόλου στον τοίχο’ και του Riemann με την τεχνική ‘ένα πορτραίτο ζωντανεύει’. Γνωριμία με τον János Bolyai μέσα από δραματοποιημένη ανάγνωση της αλληλογραφίας του πατέρα του με τον ίδιο και με τον Gauss και μέσα από τις τεχνικές της ΔΤΕ ‘Διάδρομος της συνείδησης’ και ‘Αντικρουόμενες συμβουλές’.

5η: ‘Αυτός ο κόσμος ο μικρός ο μέγας’. Η Υπερβολική Γεωμετρία και το μοντέλο Poincaré για την υπερβολική Γεωμετρία. Αξιοματική θεμελίωση, βασικές έννοιες και προτάσεις της Υπερβολικής Γεωμετρίας μέσω του μοντέλου Poincaré. Μελέτη αποσπασμάτων από το βιβλίο Flatterland του Ian Stewart και ‘Ραδιοφωνικές εκπομπές’ για τη ‘Δισκοχώρα’ (μια χώρα με σχήμα δίσκου Poincaré).

6η: Η Σφαιρική Γεωμετρία. Βασικές έννοιες στη σφαίρα και αξιοματική θεμελίωση της Ελλειπτικής Γεωμετρίας. Δραστηριότητα με παιχνίδι ρόλων για την αξιολόγηση της διατηρησιμότητας της γνώσης.

7η: Ταινία: ‘Η ζωή μας με τον Ευκλείδη’. Δημιουργία ενός δραματοποιημένου ντοκιμαντέρ με μαθητές σε ρόλο αφηγητών να συνδέουν τα βιντεοσκοπημένα δρώμενα που πραγματοποιήθηκαν στο διδακτικό πείραμα. Οι αφηγητές, αφού μελέτησαν αντίστοιχη με το θέμα τους βιβλιογραφία, η οποία έχει επιλεγεί και τους έχει δοθεί από την ερευνήτρια, διαμόρφωσαν τα κείμενά τους. Η βιντεοσκόπηση πραγματοποιήθηκε από μαθητή ο οποίος ανέλαβε το ρόλο του cameraman.

Στο τέλος του διδακτικού πειράματος πραγματοποιήθηκε ο τελικός αναστοχασμός των μαθητών σχετικά με όσα πραγματοποιήθηκαν.

3. Αποτελέσματα

Η διδασκαλία μέσω τεχνικών ΔΤΕ συνέβαλε στη δημιουργία ενός διδακτικού περιβάλλοντος το οποίο ενέπνευσε μεγαλύτερη συμμετοχή των μαθητών στη μαθηματική σκέψη και έκφραση και οδήγησε σε μια βαθύτερη κατανόηση και εκτίμηση των μαθηματικών. Η ανάλυση των φύλλων εργασίας ως προς την ορθότητα των απαντήσεων και η ανάλυση των διαλόγων των δρώμενων των ομάδων ως προς την

ορθή χρήση της μαθηματικής ορολογίας και την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών μάς έδειξε ότι κάθε ομάδα κατανόησε σε βάθος τις έννοιες που επεξεργάστηκε και παρουσίασε μέσα από τα δρώμενα

Από τις συνεντεύξεις των μαθητών, δύο σχεδόν μήνες μετά τις παρουσιάσεις, μελετήθηκε η διατηρησιμότητα από τους μαθητές της γνώσης που διδάχθηκε. Από τις απαντήσεις των μαθητών συμπεραίνουμε ότι οι τεχνικές ΔΤΕ στη διδασκαλία βοήθησε τους μαθητές να διατηρήσουν τη γνώση στη μνήμη τους. (Μια λεπτομερέστερη και τεκμηριωμένη παρουσίαση για την επίδραση της διδασκαλίας με τεχνικές ΔΤΕ στη μάθηση, κατανόηση και διατηρησιμότητα της γνώσης των μαθηματικών εννοιών περιέχεται στο Κοταρίνου & Σταθοπούλου⁴², 2014).

α) ΔΤΕ και ενεργός συμμετοχή των μαθητών

Μέσα από την παρατήρηση, από τις συνεντεύξεις των εκπαιδευτικών, αλλά και από τις απαντήσεις των μαθητών σε σχετικό ερώτημα διαπιστώσαμε την ενεργό συμμετοχή στις δραστηριότητες του project όλων των μαθητών από όλες τις κατευθύνσεις (θεωρητική, θετική ή τεχνολογική). Με τα λόγια των μαθητών

Τζίνα: Γιατί στο συγκεκριμένο πρότζεκτ, δουλεύαμε όλοι, άσχετα από κατεύθυνση

Χρήστος: Στο πρότζεκτ είμαστε σε ομάδες, περνάγαμε καλά, συμμετείχαμε όλοι.

Μαριέτα: ... (ένας παρατηρητής) θα έβλεπε συνεργασία από τα περισσότερα παιδιά

Γνωρίζουμε ότι γενικότερα κατά τη εργασία των μαθητών σε ομάδες πολλές φορές ορισμένοι μαθητές δεν συμμετέχουν στην επίλυση του προβλήματος αλλά ούτε και στην παρουσίαση της λύσης, αφήνοντας στους 'καλούς' μαθητές όλη την ευθύνη και όλες τις πρωτοβουλίες. Με τις τεχνικές ΔΤΕ διαπιστώθηκε η συμμετοχή όλων των μαθητών στην προετοιμασία των δρώμενων, με μικρότερη ή μεγαλύτερη συμβολή στην παρουσίαση.

Στέφανος: Εκείνο που έκανε περισσότερη εντύπωση σε μένα ήταν ότι σε όλες τις άλλες περιπτώσεις, όταν αναφέρουν μια ομαδική εργασία την οποία πρέπει να γράψουμε, καταλήγει να κάνει μόνο ένα άτομο την εργασία και απλώς τα άλλα άτομα σημειώνονται σ' αυτούς που συμμετείχαν, οπότε η γνώση μεταδίδεται

⁴² Κοταρίνου Παναγιώτα & Σταθοπούλου, Χαρούλα, *Η ιστορία του 5^{ου} αιτήματος του Ευκλείδη και οι μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες* : Ένα διδακτικό πείραμα σε μαθητές Β' Λυκείου, στα: πρακτικά του Συνεδρίου για Μαθηματικά στα Π.Π. Σ., Αθήνα, 2014.

http://mathlab.mysch.gr/synedrio2014/praktika/pdf/C3_Kotarinou_Stathopoulou.pdf

μόνο σε ένα άτομο, το οποίο έχει όλο το φόρτο εργασίας να κάνει, ενώ μέσω των μεθόδων που χρησιμοποιήσαμε απαιτούνταν από όλα τα άτομα να εργασθούν, για να φτάσουν στο τελικό αποτέλεσμα.

Οι μαθητές σε ορισμένες ομάδες παρότρυναν τα μέλη της ομάδας τους που δεν ήθελαν να έχουν ενεργό συμμετοχή, να αναλάβουν κάποιο ρόλο, να προσφέρουν σύμφωνα με τις δυνατότητές τους.

Βίκυ: Έλεγε: «Ρε παιδιά δεν θέλω να το κάνω εγώ αυτό». Του λέγαμε, «Δε μπορεί να τα κάνει κάποιος άλλος, κάτσε τώρα εσύ». Και λέει «Άντε». Δεν ήταν πίεση, πίεση απλά να τον τσιγκλίσουμε να κάνει και αυτός.

Η ενεργητική αυτή συμμετοχή των μαθητών εντυπωσίασε τους εκπαιδευτικούς που δίδασκαν στο συγκεκριμένο τμήμα.

Νίκος Α. μαθηματικός: Μου έκανε εντύπωση ότι τα παιδιά ενδιαφέρθηκαν πάρα πολύ και ασχολήθηκαν και τους άρεσε. Η συμμετοχή τους μου έκανε εντύπωση.

Μαρία. Μ. Φιλολόγος: Για πάρα πολλά παιδιά δεν πίστευα κατ' αρχάς ότι θα συμμετείχαν ή έλεγα ότι η συμμετοχή τους θα ήταν έτσι, στην επιφάνεια, τυπική στα πλαίσια μιας διδακτικής ώρας και να τελειώσει. Και όμως τα είδα ότι το έκαναν, γιατί το ήθελαν, το ήθελαν πραγματικά και το έβλεπα αυτό: Κυρία και πότε θα ξανακάνουμε. Κυρία και μας είπε η κυρία Κοταρίνου να περάσουμε από τη βιβλιοθήκη. Δεν ήταν κάτι που δεν τους απασχολούσε πια.

Οι εκπαιδευτικοί τόνισαν ότι οι μαθητές συμμετείχαν και περίμεναν με αγωνία την επόμενη συνάντηση λόγω του ενδιαφέροντός τους για το πρότζεκτ και όχι για να αποφύγουν το μάθημα.

Κώστας Κ. φιλόλογος: Πολύ θετικά. Με το συγκεκριμένο τμήμα κάναμε Αρχαία Ελληνικά γενικής παιδείας. Καλό τμήμα με πολύ καλούς μαθητές που διαβάζανε στα Αρχαία Ελληνικά. Δε μπορώ να πω δηλαδή ότι ήθελαν να συμμετέχουν στο πρότζεκτ, για να χάνουν μάθημα. Όμως τους άρεσε. Ήθελαν. Κι' όταν κάποιες φορές κάναμε μάθημα μού έλεγαν. Πότε, κύριε, είναι η επόμενη συνάντηση; Και έλεγα εγώ. Γιατί τόσο πολύ σας κούρασα; Δε σας αρέσουν τα Αρχαία; Αλλά και το γεγονός ότι είναι καλοί μαθητές φαίνεται από τις εξετάσεις. Οι περισσότεροι από αυτούς έγραψαν πάρα πολύ καλά. Δηλαδή δεν ήθελαν να συμμετέχουν στο πρόγραμμα αυτό, για να χάσουν μάθημα. Ήταν θετικά ότι εισέπραττα από τα παιδιά.

β) Η ΔΤΕ ως κίνητρο για την ενεργό συμμετοχή των μαθητών: Ένα σημαντικό συμπέρασμα της έρευνας αποτελεί ο ρόλος της ΔΤΕ ως βασικού κινήτρου για την εμπλοκή και ενεργό συμμετοχή των μαθητών όλων των κατευθύνσεων στη διδακτική διαδικασία.

Οι μαθητές μελέτησαν σε ομάδες την αντίστοιχη με το θέμα βιβλιογραφία και συμπλήρωσαν τα φύλλα εργασίας, διάβασαν αποσπάσματα από βιβλία ‘μαθηματικής λογοτεχνίας’, εργάστηκαν στους υπολογιστές με στόχο να κατανοήσουν τις έννοιες και να τις παρουσιάσουν με τεχνικές ΔΤΕ. Ένας μεγάλος αριθμός δε μαθητών μελέτησαν τα κείμενα που τους δόθηκαν στα διαλείμματα ή στον ελεύθερο χρόνο τους, με μόνο κίνητρο τη συμμετοχή τους στην ταινία ως αφηγητές. Οι μαθητές δηλώνουν απερίφραστα στον αναστοχασμό του διδακτικού πειράματος και στις συνεντεύξεις τους ότι το βασικό κίνητρο για την ενεργό συμμετοχή τους αποτέλεσαν οι τεχνικές ΔΤΕ. Και οι 15 μαθητές που ρωτήθηκαν απάντησαν ομόφωνα ότι τα «σκετσάκια», όπως τα αποκάλεσαν, ήταν γι’ αυτούς η πιο σημαντική δραστηριότητα, αυτό που τους άρεσε περισσότερο και αποτέλεσε το κίνητρο, για να συμμετέχουν ενεργητικά στο διδακτικό πείραμα.

Χρήστος: Εγώ πιστεύω ότι οι παρουσιάσεις ήταν το πιο ενδιαφέρον κομμάτι.

Αντώνης: Αυτό θα έλεγα τώρα η παρουσίαση, για μένα, ήταν το κλικ του ενδιαφέροντος πιστεύω ότι μου έλειπε όσον αφορά τη Γεωμετρία.

Αλλά και στον τελική συζήτηση για τον αναστοχασμό όλου του project, όταν ζητήσαμε από τους μαθητές να καταθέσουν τις σκέψεις τους, επτά μαθητές τόνισαν ότι τα δρώμενα με τεχνικές ΔΤΕ ήταν αυτό που τους ενθουσίασε περισσότερο, χωρίς να αιτιολογούν πάντα τη γνώμη τους.

Μίνα: Εμένα απ’ όλο αυτό ήταν τα σκετσάκια που κάναμε (που μου άρεσαν)...

Ορισμένοι δε από αυτούς δήλωσαν ότι τους άρεσαν οι τεχνικές ΔΤΕ ενώ, δεν ενδιαφέρονταν για το μάθημα των Μαθηματικών,

Έφη: Και για μένα τα Μαθηματικά δεν είναι και ότι καλύτερο, είμαι θεωρητική κατεύθυνση, αλλά πιστεύω ότι με αυτόν τον τρόπο έγιναν περισσότερο ενδιαφέροντα, ενδιαφέρον το μάθημα εμένα μου άρεσε πιο πολύ η δραματοποίηση.

Βίκυ: Ε βέβαια, είναι άλλο πράγμα αυτό, καμία σχέση απ’ το να γράφεις ένα απλό κείμενο. Το να γράφεις το κείμενο είναι πολύ διαφορετικό απ’ το να το παρουσιάσεις, να το κάνεις δικό σου και να το πεις στους άλλους και να το καταλάβουν κι’ όλες οι άλλοι. Ήταν πολύ πιο ωραίο.

Με τις απαντήσεις αυτές των μαθητών μπορούμε να συμπεράνουμε ότι πράγματι οι παρουσιάσεις των μαθητών με τις τεχνικές της ΔΤΕ αποτέλεσαν το βασικό κίνητρο για να εργασθούν οι μαθητές.

γ) ΔΤΕ και διαφορετική από το παραδοσιακό μάθημα κουλτούρα της τάξης: Από την παρατήρηση και τον τρόπο που «μιλάνε» οι μαθητές περιγράφοντας όψεις της διδασκαλίας φάνηκε η χρήση τεχνικών ΔΤΕ να αλλάζει την κουλτούρα της τάξης. Οι τεχνικές δράματος βοήθησαν να διαμορφωθούν νέες πρακτικές σε μια τάξη ενεργών μαθητών, οι οποίοι συνεργάστηκαν, για να αναπτύξουν μαθηματική γνώση, με τον εκπαιδευτικό να εμψυχώνει τους μαθητές και να χτίζει ένα κλίμα εμπιστοσύνης σε αντίθεση με την τυπική και απρόσωπη σχέση που συνήθως αναπτύσσεται μεταξύ καθηγητή μαθητών σε μια τυπική τάξη Μαθηματικών. Στην τάξη ο εκπαιδευτικός σχεδίαζε, έθετε ένα κατευθυντήριο ερώτημα προς διερεύνηση, συντόνιζε, ρύθμιζε, προέτρεπε, αλλά δεν επενέβαινε, χαρακτηριστικά του ρόλου του δάσκαλου-εκπαιδευτή στη Δραματική Τέχνη στην Εκπαίδευση (Άλκηστις⁴³, Κοντογιάννη, 1998). Ο παραδοσιακός ρόλος του δασκάλου ως του μοναδικού που κατέχει τη γνώση, ανετράπη, με τον εκπαιδευτικό να “παραχωρεί” την εξουσία του όπως συμβαίνει σε μια τάξη με διδασκαλία μέσα από τη Δραματική Τέχνη στην Εκπαίδευση (Heathcote⁴⁴, 1973).

Οι μαθητές κατά το διδακτικό πείραμα, έπρεπε να αναστείλουν την αποδοχή της κουλτούρας του καθημερινού τους μαθήματος και να δεχθούν μια νέα κουλτούρα με νέες νόρμες, αξίες, ρόλους για τον εκπαιδευτικό και τους μαθητές, προσδοκίες για τον δάσκαλο και τον μαθητή και τρόπους επικοινωνίας. Οι κοινωνικές νόρμες, που διαμορφώθηκαν στην τάξη των μαθηματικών με διδασκαλία με τεχνικές ΔΤΕ, δημιούργησαν ευκαιρίες αλληλεπίδρασης και επικοινωνίας των ιδεών των μαθητών στις ομάδες, όπου οι μαθητές έμαθαν να εργάζονται συνεργατικά, να εξηγούν και να αιτιολογούν τον τρόπο σκέψης στους συμμαθητές τους, να ακούν προσεκτικά και να προσπαθούν να κατανοήσουν τις εξηγήσεις των μελών της ομάδας, να δηλώνουν τη συμφωνία ή διαφωνία τους και να επιδιώκουν τη συναίνεση σε περιπτώσεις κατά τις οποίες προέκυπτε μια σύγκρουση μεταξύ τους.

δ) ΔΤΕ και δημιουργικότητα: Η παρουσίαση της Ευκλείδειας γεωμετρίας, όπως διδάσκεται στο σχολείο ως ενός ολοκληρωμένου παραγωγικού συστήματος, στο οποίο οι μαθητές απλώς καλούνται να μάθουν, τους αφήνει μικρά περιθώρια για δημιουργική εμπλοκή και επιπλέον τους καλλιεργεί την εντύπωση ότι είναι μια δημιουργία έξω από τον άνθρωπο. Οι νέες πρακτικές διδασκαλίας που εισηγήθηκαν οι Τεχνικές του Δράματος, το πλαίσιο συνεργασίας μεταξύ των μαθητών που αποκατέστησαν και ο ανοικτός σε προσωπική έκφραση χαρακτήρας των δραστηριοτήτων που πρότειναν προκάλεσε το ενδιαφέρον των μαθητών και κινητοποίησε τη δυναμική της

⁴³ Κοντογιάννη, Άλκηστις, *Το βιβλίο της δραματοποίησης*, Αθήνα, Ελληνικά Γράμματα, 1998.

⁴⁴ Heathcote D., *Drama as challenge*, in: Liz, Johnson and Cecily O' Neil (eds), (1984) *Heathcote, Dorothy. Collected Writings on Education and Drama*, London, Hutchinson & Co., 1973.

δημιουργικότητάς τους. Τα ευρήματα του διδακτικού πειράματος που επιχειρήσαμε επιτρέπουν τον ισχυρισμό ότι οι τεχνικές της Δραματικής Τέχνης επέτρεψαν στους μαθητές μας να συναντήσουν τις δημιουργικές τους δυνατότητες σε πολλά επίπεδα. Ερμήνευσαν το μαθηματικό περιεχόμενο που τους προτάθηκε και το αναπλαισίωσαν δημιουργικά. Προσέγγισαν δηλαδή τις μαθηματικές έννοιες με ενδοπροσωπικούς όρους και επέδειξαν επινοητικότητα και φαντασία στον σχεδιασμό των δρώμενων και κατασκεύασαν πρωτότυπους διαλόγους.

Βιργιάννα: Ήταν κάτι το διαφορετικό σίγουρα. Για μένα προσωπικά, που δεν έχω επαφή ιδιαίτερη με το θέατρο και ότι έχει να κάνει με αυτό, ήταν πρωτόγνωρο και ήτανε νομίζω έτσι πολύ διαφορετικό για όλους γιατί νωρίτερα δεν είχε δοκιμαστεί κάτι παρόμοιο και ήτανε πολύ δημιουργικό και μπορούσε ο καθένας να δείξει τις ικανότητές του, τις διαφορετικές που έχει ο καθένας.

Βίκυ: Ναι, γιατί έπρεπε να σκεφτείς πράγματα πώς να το δώσεις αυτό να το καταλάβουν οι άλλοι, τι να πεις, πώς θα το πεις και να τα συνδυάσεις.

Μέσα από το project οι μαθητές ένιωθαν ότι έπρεπε να γίνουν δημιουργικοί.

Χρήστος: Ενώ στο πρότζεκτ έπρεπε ... να κάνω κάποια εργασία, να προσπαθήσω να είμαι δημιουργικός.

Οι μαθητές αισθανόμενοι ότι το δρώμενο θα ήταν το δικό τους δημιούργημα, το οποίο δεν θα το έβλεπαν μόνο τα μέλη της ομάδας τους και ο καθηγητής, αλλά ολόκληρη η τάξη, είχε ως αποτέλεσμα να στοχεύουν στην όσο το δυνατό καλύτερη παρουσίαση, γεγονός που αποτέλεσε ένα κίνητρο για την ανάπτυξη της δημιουργικότητάς τους.

Τατιάνα: Όταν παρουσιάζεις κάτι, γίνεσαι και συ ενεργός, μπαίνεις στη διαδικασία του να πεις θα το παρουσιάσω, άρα δεν θα το δει μόνο ο καθηγητής, άρα έχει σημασία, αρχικά έχει σημασία πρέπει να προσθέσω κάτι καλό. Μετά πρέπει και, ειδικά όταν είναι σκετς, μπαίνεις στη διαδικασία του να... είναι πιο... είναι πιο δημιουργικό.

Οι μαθητές ένιωσαν ότι τα σκέτς ήταν ένα δικό τους δημιούργημα,

Αντώνης: Αυτό θα έλειπε χωρίς το θέατρο, δε θα ήταν κομμάτι μας (Το τονίζει). Με το θέατρο το προετοιμάσαμε, το παρουσιάσαμε, το νιώσαμε σαν δική μας γνώση πλέον.

Με τη ΔΤΕ οι μαθητές αισθάνθηκαν τη χαρά του δημιουργού, αλλά ταυτόχρονα και χαρά για την αποδοχή του έργου τους από τους άλλους.

Θοδωρής: ... Όταν κάνεις κάτι τέτοιο, αισθάνεσαι χαρά που δημιούργησες κάτι και το αποδέχτηκε το ακροατήριο.

ε) Δραματική Τέχνη στην Εκπαίδευση και κριτική σκέψη: Ισχυριζόμαστε ότι η αξιοποίηση του Δράματος στη διδασκαλία συνέβαλε στη δημιουργία ενός εκπαιδευτικού περιβάλλοντος στο οποίο οι μαθητές μέσα από την εργασία σε ομάδες κατά την προετοιμασία των δρώμενων είχαν ευκαιρίες, ενθάρρυνση και υποστήριξη να διαβάσουν και γράψουν Μαθηματικά, να μιλήσουν για μαθηματικά και να ακούσουν μαθηματικά από τους συμμαθητές τους, περιβάλλον το οποίο σύμφωνα με τον Appelbaum (2004) ευνοεί την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης.

Το Δράμα προσέφερε το κατάλληλο περιβάλλον για την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, καλλιεργώντας ένα κλίμα κριτικής έρευνας, όπου κατά την προετοιμασία των σκετς και τη δημιουργία του ρόλου, η αμφισβήτηση, η συζήτηση, η έκφραση, η αντιπαράθεση, η κριτική, η αιτιολόγηση των ιδεών στις δραστηριότητες Δράματος ενθαρρύνονταν μέσα σε μια ατμόσφαιρα αμοιβαίου σεβασμού και κοινής έρευνας.

Ειδικότερα, το ίδιο το Δράμα ως μέθοδος διδασκαλίας προώθησε τις ευκαιρίες για κριτική σκέψη, περιλαμβάνοντας και τις τρεις διαστάσεις της, όπως αναπτύχθηκαν από τη Bailin⁴⁵ (1998) και τη Bailin και τους συνεργάτες⁴⁶ (1999) α) τις *κριτικές προκλήσεις* -τα έργα που απαιτούν αιτιολογημένη κρίση β) *τους πνευματικούς πόρους* -το γνωστικό υπόβαθρο και κριτικές ιδιότητες και γ) *κριτικά στοχαστικές απαντήσεις*-αξιολόγηση της ποιότητας της απάντησης στην πρόκληση. Το ερώτημα «Ποια είναι η γεωμετρία που περιγράφει καλύτερα τον φυσικό μας κόσμο» ήταν η «κριτική πρόκληση» του ενέπλεξε τεχνικές ΔΤΕ, έθεσε ένα ενδιαφέρον δίλημμα για κριτική σκέψη, για το οποίο μελέτησαν τις άλλες γεωμετρίες εκτός από την Ευκλείδεια, τις έκριναν και τις αξιολόγησαν, απαντώντας στην πρόκληση αυτή με τη μορφή παρουσιάσεων μέσω Δράματος. Αυτό το συμπέρασμα που, σχετίζεται με «τη διδασκαλία της κριτικής σκέψης», υποστηρίζει τα ευρήματα προγενέστερων μελετών, όχι σε τάξεις μαθηματικών, σχετικά με την ενίσχυση της κριτικής σκέψης μέσω του Δράματος (Baillin, 1998; De La Roche⁴⁷, 1993).

⁴⁵ Bailin S., *Critical thinking and drama education*, in: Research in Drama Education, 1998, vol. 3, issue 2, pp. 145- 153.

⁴⁶ Bailin S., Case R., Coombs J. and Daniels Leroi, *Conceptualizing Critical Thinking*, in: j. curriculum studies, 1999, vol. 31, issue 3, pp. 285- 302.

⁴⁷ De La Roche E., *Drama, critical thinking and social issue*, ERIC Document Reproduction Service ED379172), 1993.

στ) ΔΤΕ και γενικές εκπαιδευτικές αξίες: από την ανάλυση των απαντήσεων που πήραμε από τους μαθητές κατά την καταγραφή της εμπειρίας τους φάνηκε να αναδείχθηκαν σημαντικές αξίες. Αξίες όπως η συνεργασία, η συλλογικότητα και η αλληλεγγύη ανάμεσα στα μέλη μιας ομάδας, αξίες απαραίτητες σε έναν υπεύθυνο πολίτη σε μία δημοκρατική κοινωνία, προβλήθηκαν και καλλιεργήθηκαν κατά την εργασία των μαθητών σε ομάδες για τη δημιουργία δρώμενων, με τους ίδιους τους μαθητές να αντιλαμβάνονται ότι το πλαίσιο αυτό της διδασκαλίας πρόβαλε τις παραπάνω αξίες.

Στο διδακτικό μας πείραμα, οι μαθητές ήταν υποχρεωμένοι να συνεργαστούν με στόχο τη δημιουργία δρώμενων με συμβάσεις ΔΤΕ. Κατά την εργασία των μαθητών στις ομάδες με τα φύλλα εργασίας γινόταν επεξήγηση των προσωπικών λύσεων στα υπόλοιπα άτομα της ομάδας, ενώ κάθε μέλος με τη σειρά του προσπαθούσε να κατανοήσει τις εξηγήσεις των άλλων. Οι μαθητές κάθε ομάδας για να προετοιμάσουν τις παρουσιάσεις τους έπρεπε να μάθουν να ακούν με προσοχή τους άλλους, να κρίνουν τις ιδέες τους, να παίρνουν αποφάσεις σχετικές με την τεχνική του δράματος που θα έπρεπε να χρησιμοποιήσουν, να μοιράζουν τους ρόλους στο δρώμενο, να αποφασίσουν ποια στοιχεία του θέματος ήταν απαραίτητα να περιέχονται στα κείμενά τους. Οι μαθητές με αυτόν τον τρόπο έμαθαν να συνεργάζονται, για να πάρουν συλλογικές αποφάσεις, να εκτιμούν τις ικανότητες του άλλου, να έχουν υπευθυνότητα ως μέλη μιας ομάδας και να προσφέρουν στην ομάδα ανάλογα με τις δυνατότητές τους και τις ιδιαίτερες κλίσεις τους.

Θοδωρής: ... Ακόμα και τα παιδιά που δεν ενδιαφέρονται για το μάθημα, συνεργάζονται μεταξύ τους και προσπαθούν να δώσουν τον καλύτερό τους εαυτό.

Ιωάννα: ...Ήταν ωραίο που συνεργαζόμαστε παιδιά της Θεωρητικής με παιδιά της Θετικής και Τεχνολογικής και ο καθένας έβαζε αυτό που ήξερε και έτσι όλοι μαζί βγάλαμε ένα αποτέλεσμα.

Στο διδακτικό μας πείραμα οι μαθητές τόνισαν τη συλλογικότητα και το ομαδικό πνεύμα το οποίο αναπτύχθηκε ανάμεσα στα μέλη της ομάδας.

Θοδωρής: Ειδικά μ' αυτό πιστεύω ότι καλλιεργήθηκε η ομαδικότητα των παιδιών, γιατί συνήθως μέσα στο σχολείο γενικά ο στόχος συνήθως είναι οι βαθμοί και αυτά.

Τατιάνα: [...] κανείς δεν έπαιρνε πρωτοβουλίες που να πει εγώ θα κάνω αυτό και κόψτε το λαιμό σας οι υπόλοιποι. Ήταν πολύ ομαδικά.

Οι μαθητές προσπαθούσαν όχι μόνο να δημιουργήσουν απλώς ένα δρώμενο, αλλά επιδίωκαν η παρουσίασή τους, αποτέλεσμα της συλλογικής τους προσπάθειας, να αναδεικνύει την ομάδα τους.

Βιργιάννα: Ναι, αυτό το συναίσθημα ότι είμαστε όλοι μαζί και πρέπει να κάνουμε ότι καλύτερο μπορούμε, για να είμαστε και εμείς ύστερα ικανοποιημένοι αλλά και μετά να ευχαριστηθούμε το κοινό και όσοι παρακολουθούν

Άλλες φορές για να παρακινηθεί κάποιο μέλος της ομάδας να συμμετέχει στο δρώμενο γινόταν επίκληση στο συναίσθημα και στο φιλότιμό του.

Πέτρος: Κοιτάζτε να δείτε ούτως ή άλλως, συνήθως δεν ήταν μονόπρακτα ή μονόλογοι, δηλ. συνήθως ήταν διάλογοι δύο ή περισσότερων ατόμων, οπότε μόνο και μόνο του τύπου «Έλα ρε φίλε, σε έχω ανάγκη εγώ» ακόμα και να μην ήταν τόσο καλός, θα προσπαθήσει και σιγά σιγά να λυθεί. Εγώ αυτό πιστεύω.

ε) ΔΤΕ, διαπροσωπικές και ενδοπροσωπικές δεξιότητες των μαθητών: Το Δράμα ως μια μορφή κοινωνικής τέχνης ενδυναμώνει την ανάπτυξη κοινωνικών δεξιοτήτων καλλιεργώντας διαπροσωπικές σχέσεις μεταξύ των μαθητών. Πράγματι και κατά τη διδασκαλία των Μαθηματικών μέσω Δράματος παρατηρήθηκε η ανάπτυξη δεξιοτήτων διαπροσωπικής επικοινωνίας μέσα από τη συνεργασία ανάμεσα στα μέλη της ομάδας και μέσα από την καλλιτεχνική έκφραση. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές θεωρούν ότι το Δράμα τους βοήθησε να γνωριστούν καλύτερα μεταξύ τους και να οικοδομήσουν καλύτερες σχέσεις με τους συνομηλίκους τους,

Σοφία: ... το ότι κάναμε τα σκετσάκια, το ότι λειτουργήσαμε σαν ομάδα, μας έφερε και πιο κοντά, δηλ. γελάσαμε πολύ, παιδευτήκαμε πολύ μέχρι να βρούμε την ιδέα, μπήκαμε σε άλλα πρόσωπα, μάθαμε διάφορα άλλα πράγματα, για άλλες εποχές, αυτό λειτούργησε πάρα πολύ ωραία.

Χαρίκλεια: Ήρθαμε πιο κοντά με τα παιδιά και ειδικότερα ήμουνα με κάποια παιδιά που δεν μιλάγαμε πάρα πολύ, ήρθαμε πιο κοντά σίγουρα και συνεργαστήκαμε, είπαμε όλες τις απόψεις μας, οπότε ήταν μια ωραία εμπειρία, γνωρίσαμε τους άλλους καλύτερα.

Τους έδωσε τη δυνατότητα να διαχειριστούν και να αμβλύνουν τυχόν διαφορές και συγκρούσεις που είχαν αναπτυχθεί στην τάξη και τους βοήθησε να αναπτύξουν φιλικές σχέσεις.

Γιάννης: Πρώτη φορά συνεργαζόμαστε με όλη την τάξη. Όλοι ξέρουμε, ακόμα και σεις μπορείτε να το καταλάβετε, άμα μπειτε μέσα στην τάξη, ότι υπάρχουν αντιπαλότητες, κόντρες. Τώρα με αυτό το πρότζεκτ όλοι ήρθαμε πιο κοντά, όσο και να μη θέλαμε

Η εναλλαγή των προσώπων στις ομάδες έδωσε τη δυνατότητα στους μαθητές να συνεργαστούν με πολλά άτομα με τα οποία δεν είχαν την ευκαιρία άλλη φορά να εργαστούν από κοινού,

Θοδωρής: Με το πρότζεκτ συνεργαστήκαμε, ήρθα και σε επαφή και με άτομα που δε μιλάω μαζί τους ιδιαίτερα και αυτό ήταν ευχάριστο.

Στέφανος: Μου φάνηκε καλό που κάθε φορά είχαμε διαφορετικά άτομα στην ομάδα, γιατί μ' αυτόν το τρόπο μπορούσαμε να συνεργαστούμε με διαφορετικά άτομα και να κάνουμε διαφορετικά πράγματα

και να ανακαλύψουν ότι μπορούν να επικοινωνήσουν και με άλλους συμμαθητές τους.

Βιργιάννα: Ήταν πάρα πολύ καλό αυτό, γιατί ήμασταν παιδιά τα οποία μπορεί να μην είχαν είχαν τόσα πολλά κοινά και να έρχονταν κοντά με αυτόν τον τρόπο και συνεργάζονταν και ανακάλυψαν στην ουσία ότι μπορείς να κάνει παρέα και με αυτό το παιδί...

Οι μαθητές κατά τη συνεργασία τους έμαθαν τι σημαίνει να σέβεται τη γνώμη του άλλου, με αποτέλεσμα να εκφέρουν και τη δική τους γνώμη χωρίς τον φόβο της απόρριψης.

Νίκος: Μας είχε ενώσει κάπως τους μαθητές. Ότι είχαμε έλθει πιο κοντά και είχαμε συνεργαστεί, που πιστεύω ότι είναι από τα πιο ενδιαφέροντα και πιο δύσκολα πράγματα να κάνει κάποιος, να συνεργαστεί και να πει τις απόψεις του να μη φοβάται να πει και τη δική του άποψη.

Ως προς τις ενδοπροσωπικές δεξιότητες, και στα δύο τμήματα φάνηκε ότι η σκηνική παρουσίαση των δρώμενων τόνωσε την αυτοπεποίθηση των μαθητών, σχετικά με την ικανότητά τους να μιλήσουν ενώπιον κοινού, ικανότητα που θα τους χρησιμεύσει στην ενήλικη ζωή τους.

Στέφανος: Ναι, σίγουρα. Από τη στιγμή που παρουσιάζεις μία φορά, δυο, τρεις, κάποια στιγμή αρχίζεις να απελευθερώνεσαι από αυτό το άγχος και να μπορείς να μιλήσεις καλύτερα και μπορείς να πεις περισσότερα..., να μπορείς να το φτιάξεις λίγο και να το παρουσιάσεις

Το αρχικό άγχος των μαθητών έδινε σιγά-σιγά τη θέση του στο αίσθημα αυτοπεποίθησης, στο αίσθημα ότι γίνεται ικανός να εκτεθεί στους άλλους.

Μαριέττα: Σε κάθε παρουσίαση ο καθένας ένιωθε πιο ικανός να βγάλει λόγο και σιγά-σιγά μειώναμε, όχι τον εκνευρισμό, το άγχος που μπορεί να νιώθει κάποιος, όταν εκτίθεται αλλά και σιγά-σιγά προσπαθούσαμε να αποφεύγουμε το να κάνουμε λιγότερο εμφανή τα λάθη μας, τα γέλια μας, την αμηχανία μας. Ναι, είναι πολύ ωραίο, όταν νιώθεις αυτό το αίσθημα. Νιώθεις ικανός και ότι την επόμενη φορά θα τα πας καλύτερα.

Η αυτοπεποίθηση αυτή, η οποία αναπτύχθηκε σταδιακά στους μαθητές αποτυπώθηκε στα δρώμενα, με τον τρόπο που οι μαθητές μιλούσαν και στέκονταν πάνω στη σκηνή. Η αρχική αμηχανία τους μετατρέπεται σε καθαρή και σταθερή ομιλία γεμάτη χρώμα, ενώ σταδιακά αρχίζουν να τολμούν να αυτοσχεδιάζουν πάνω στη σκηνή.

Η Χαρίκλεια ήταν από τις μαθήτριες που αισθάνθηκε πιο ικανή στο μάθημα των Μαθηματικών. Η ενεργός συμμετοχή της στη δημιουργία δρώμενου, στη συγγραφή του και την παρουσίασή του ήταν σημαντική γι' αυτήν, η οποία σπάνια συμμετείχε σε μαθηματικές δραστηριότητες μέσα στη σχολική τάξη.

ερευν.: Υπήρξαν στιγμές που ένιωσες πιο ικανή απ' ότι σε ένα παραδοσιακό μάθημα Μαθηματικών

Χαρίκλεια: Ναι σίγουρα, γιατί σας λέω ότι σχεδόν δεν συμμετείχα, ενώ εδώ έλεγα τις απόψεις μου και έγγραφα και ήμουνα και στο σκετσάκι. Αυτό ούτε να το σκεφτόμουνα.

4. Συζήτηση και Συμπεράσματα

Συμπερασματικά, η καινοτόμος και δημιουργική διδασκαλία της Γεωμετρίας μέσω τεχνικών ΔΤΕ συμβάλλει στη δημιουργία ενός διδακτικού περιβάλλοντος, το οποίο παρέχει κίνητρα για την κινητοποίηση και εμπλοκή των μαθητών στη διδακτική διαδικασία. Η αντίληψη των μαθητών ότι το Δράμα αποτελεί κίνητρο για μάθηση και ενεργό συμμετοχή των μαθητών στο μάθημα είναι συμπέρασμα ανάλογο με αυτό των Foster⁴⁸ M. and Foster, R. (2002), Duatepe⁴⁹ (2004), Chronaki⁵⁰ (1990), Wilburne⁵¹ και Napoli, (2007), Foster et al (2002), Chan⁵² (2009) σε έρευνες σε μαθητές στις άλλες σχολικές βαθμίδες εκτός του Λυκείου. Επίσης, διαμορφώνει μια κουλτούρα στην τάξη με τον εκπαιδευτικό να «εκχωρεί» την εξουσία του και με κοινωνικές νόρμες οι οποίες δημιουργούν ευκαιρίες συνεργασίας, αλληλεπίδρασης των ιδεών των μαθητών στις ομάδες τους. Πράγματι η κουλτούρα της τάξης των Μαθηματικών κατά τη διδασκαλία με τεχνικές ΔΤΕ, μοιάζει με την κουλτούρα μιας τάξης

⁴⁸ Foster M. and Foster R., *Numeracy all around: developing childrens' mathematics through role play and directed daily experience*, in: Cooper, H. and Sixsmith, C. (Ed.), *Teaching across the early years 3-7*, Routledge, 2002 vol.1, part 4, pp.189-195.

⁴⁹ Duatepe, A. *The effects of Drama based instruction on seventh grade students' Geometry achievement, Van Hiele geometric thinking levels, attitude toward Mathematics and Geometry*. PhD Thesis submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2004.

⁵⁰ Chronaki A., *An investigation of the potentiality of using drama in the teaching of mathematics in secondary school*, Unpublished Master Dissertation, University of Bath, 1990.

⁵¹ Wilburne J. & Napoli M., *Integrating Literature and Mathematics: A mysterious connection*, in: *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2007, vol. 13, issue 3, pp. 134-139.

⁵² Chan, Yuk-lan P., *In their own words: how do students relate drama pedagogy to their learning in curriculum subjects?* In: *Research in Drama Education: The Journal of Applied Theatre and Performance*, 2009, vol. 14, issue 2, pp. 191-209.

όπου αξιοποιείται η ΔΤΕ, όπου προωθείται η επικοινωνία και συνεργασία των μαθητών μεταξύ τους (Bolton⁵³, 1985; Yassa⁵⁴, 1999; Chronaki, 1990; Duatepe, 2004). Η ΔΤΕ καλλιεργεί τη δημιουργικότητα και την προσωπική έκφραση των μαθητών μέσα από τα μαθηματικά. Τα ευρήματα είναι ανάλογα με τις διαπιστώσεις των Annarella⁵⁵, 1992b; De La Roche⁵⁶, 1993; Bae⁵⁷ et al, 2007, που επιβεβαιώνουν ότι οι τεχνικές του Δράματος ενεργοποιούν τη φαντασία και υποστηρίζουν την ανάπτυξη της δημιουργικής σκέψης. Η ΔΤΕ παρέχει το πλαίσιο για την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης των μαθητών και καλλιεργεί εκείνες τις ικανότητες και δεξιότητες των μαθητών που είναι απαραίτητες για έναν υπεύθυνο πολίτη σε μια δημοκρατική κοινωνία, κύρια χαρακτηριστικά μιας διδασκαλίας στο πλαίσιο μιας κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης. Τέλος, ενδυναμώνει την ανάπτυξη κοινωνικών δεξιοτήτων, καλλιεργώντας διαπροσωπικές σχέσεις μεταξύ των μαθητών, αποτέλεσμα που παρατηρήθηκε και από τους Güngör⁵⁸ (2008) και Duatepe⁵⁹ (2004).

Όπως ισχυρίζεται ο Schirro⁶⁰ (2004: σελ. 81), για να γίνουν τα παιδιά 'δημιουργικοί μαθηματικοί', θα χρειαστεί να γίνουν ικανοί να χειριστούν τη δημιουργική ένταση μεταξύ του αφηρημένου και του συγκεκριμένου, του τυπικού και του προσωποποιημένου, του γενικού και του ειδικού, του παραγωγικού και του διαισθητικού, του λογικού και του φανταστικού, του αντικειμενικού και του υποκειμενικού, του γνωστικού και του συναισθηματικού, του κοινωνικού και του ατομικού. Η παραδοσιακή διδασκαλία βλέπει στα Μαθηματικά μόνο τη μια διάσταση από αυτές τις διχοτομίες ενώ η διδασκαλία με τεχνικές δράματος αντιμετωπίζει τη μαθηματική δραστηριότητα με τρόπο που φαίνεται να τις συνθέτει και να τις υπερβαίνει.

Με τη διδασκαλία με τεχνικές «Δραματικής Τέχνης στην Εκπαίδευση» μπορούμε να αναδείξουμε την πολιτισμική δυναμική της εκπαίδευσης αλλά και την εκπαιδευτική δυναμική της Θεατρικής Τέχνης.

⁵³ Bolton G., *Changes in thinking about drama in education*, in: Theory into Practice, 1985, vol. 24, issue, 3, pp. 151- 157.

⁵⁴ Yassa N., *High School Students' Involvement in Creative Drama: The Effects on Social Interaction*, in: Research in Drama and Theatre in Education, 1999, vol. 4, issue 1, pp. 37-51.

⁵⁵ Annarella L. A., *Encouraging Creativity and Imagination in the Classroom*, ERIC Document Reproduction Service ED434380, 1992b.

⁵⁶ De La Roche E., *Drama, critical thinking and social issue*, ERIC Document Reproduction Service ED379172), 1993.

⁵⁷ Bae J., S., Park Do-yong, Park M., *The retention of Mathematical concepts in multiplication in the inquiry-based pantomime instructions*, in: Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Seoul, 2007, vol.1, pp.195.

⁵⁸ Güngör Arzu, *Effects of Drama on the Use of Reading Comprehension Strategies and on Attitudes Toward Reading*, in Journal for Learning through the Arts, 2008, vol. 4, issue 1.

⁵⁹ Duatepe, A. *The effects of Drama based instruction on seventh grade students' Geometry achievement, Van Hiele geometric thinking levels, attitude toward Mathematics and Geometry*. PhD Thesis submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2004.

⁶⁰ Schiro M. S. & Lawson D., *Oral storytelling and Teaching Mathematics*, SAGE publications, 2004.

5. Βιβλιογραφία

Ελληνική

Αυδή Α. και Χατζηγεωργίου Μ., *Η τέχνη του Δράματος στην εκπαίδευση*, Αθήνα, Μεταίχμιο, 2007.

Κοντογιάννη, Αλκηστις, *Το βιβλίο της δραματοποίησης*, Αθήνα, Ελληνικά Γράμματα, 1998.

Κοταρίνου Παναγιώτα & Σταθοπούλου, Χαρούλα, *Η ιστορία του 5^{ου} αιτήματος του Ευκλείδη και οι μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες : Ένα διδακτικό πείραμα σε μαθητές Β' Λυκείου*, στο: *Πρακτικά του Συνεδρίου για Μαθηματικά στα Π.Π. Σ.*, Αθήνα, 2014.

http://mathlab.mysch.gr/synedrio2014/praktika/pdf/C3_Kotarinou_Stathopoulou.pdf

Χρονάκη Άννα, *Το 'διδακτικό πείραμα': Μελετώντας τη διαδικασία μάθησης και διδασκαλίας*, στο Βασίλειος Σβολόπουλος (Επ.), *Σύνδεση Εκπαιδευτικής Έρευνας και Πράξης. Η Ακαδημαϊκή Πλευρά*, Αθήνα, Ατραπός, 2008, σελ. 371-401.

Ξενόγλωσση

Annarella L. A., *Creative Drama in The Classroom*, ERIC Document Reproduction Service ED391206, 1992a.

Annarella L. A., *Encouraging Creativity and Imagination in the Classroom*, ERIC Document Reproduction Service ED434380, 1992b.

Bae J., S., Park Do-yong, Park M., *The retention of Mathematical concepts in multiplication in the inquiry-based pantomime instructions*, in: *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Seoul, 2007, vol.1, pp.195.

Bailin S., Case R., Coombs J. and Daniels Leroi, *Conceptualizing Critical Thinking*, in: *j. curriculum studies*, 1999, vol. 31, issue 3, pp. 285- 302.

Bailin S., *Critical thinking and drama education*, in: *Research in Drama Education*, 1998, vol. 3, issue 2, pp. 145- 153.

Bakkaloğlu N., *The effect of Drama method on 4th grade students' at mathematics success and attitudes*, in: *proceedings of the Conference: ECER 2011, Urban Education*, 2011.

Bamford A., *The Wow Factor: Global Research Compendium on the Impact of the Arts in Education*, Munich, Waxmann, 2006.

Bolton G., *Changes in thinking about drama in education*, in: *Theory into Practice*, 1985, vol. 24, issue, 3, pp. 151- 157.

Burton J., Horowitz R., Abeles H., *Learning In and Through the Arts: Curriculum Implications*, in: Edward B. Fiske (Ed.), *Champions of Change: The Impact of the Arts on Learning*, Washington, D.C, The Arts Education Partnership; The President's Committee on the Arts and Humanities, 1999, pp.1-18.

Carter C. and Westaway L., *The mathematics allergy: Is Drama in Education the much-needed antidote?*, in: *Proceedings of the Eighth International Conference 'The Mathematics Education into the 21st Century Project'*, Johor Bahru, Malaysia, Universiti Teknologi Malaysia 2005.

Cantürk- Günan B. & Özen D., *The application of Drama method on Prisms subject*, in: *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi*, 2010, vol. 27.

Catterall J. S., *Enhancing peer conflict resolution skills through drama: an experimental study*, in: *Research in Drama Education: The Journal of Applied Theatre and Performance*, 2007, vol. 12, issue 2, pp. 163-178.

Catterall J., *Research on Drama and Theater in Education*, in: Richard Deasy (Ed.), *Critical links: Learning in the Arts and Student Academic and Social Development*, Washington, Arts Education Partnership, 2002.

[http:// www.aep-arts.org](http://www.aep-arts.org).

Catterall J., Iwanaga J. and Chapleau R. *Involvement in the Arts and Human Development*, in: Edward B. Fiske (Ed.), *Champions of Change: The Impact of the Arts on Learning*, Washington D.C., The Arts Education Partnership; The President's Committee on the Arts and Humanities, 1999, pp.1-18.

Chan, Yuk-lan P., *In their own words: how do students relate drama pedagogy to their learning in curriculum subjects?* In: *Research in Drama Education: The Journal of Applied Theatre and Performance*, 2009, vol. 14, issue 2, pp. 191-209.

Charette R., *Integrating the history of mathematics in the teaching of mathematics*, in: ICME, Topic Study Group 17, 2004.

Chronaki A., *An investigation of the potentiality of using drama in the teaching of mathematics in secondary school*, Unpublished Master Dissertation, University of Bath, 1990.

De La Roche E., *Drama, critical thinking and social issue*, ERIC Document Reproduction Service ED379172), 1993.

Duatepe, A. *The effects of Drama based instruction on seventh grade students' Geometry achievement, Van Hiele geometric thinking levels, attitude toward Mathematics and Geometry*. PhD Thesis submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2004.

Ekinözü, İ. & Şengül, S., *The effect of the usage of Role-play in permutation and probability subject to the students' success and recall level*, in: Kastamonu Education Journal, 2007, vol. 15, issue 1, pp. 251-258.

Erdogan S. & Baran G., *A study on the effect of Mathematics teaching provided through Drama on the Mathematics ability of six-year-old children*, in: Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 2009, vol. 5, issue 1, pp. 79-85.

Fiske E. (ed.), *Champions of Change: The Impact of the Arts on Learning*. The Arts Education Partnership; The President's Committee on the Arts and Humanities, Washington DC, 1999.

Fleming M., Merrell C., Tymms P., *The impact of Drama on pupils' language, mathematics, and attitude in two primary schools*, in: Research in Drama Education, 2004, vol. 9, issue 2.

Foster M. and Foster R., *Numeracy all around: developing childrens' mathematics through role play and directed daily experience*, in: Cooper, H. and Sixsmith, C. (Ed.), *Teaching across the early years 3-7*, Routledge, 2002 vol.1, part 4, pp.189-195.

Gerofsky S., *Without emotion, there is nothing left but burden, Teaching mathematics through Heathcote's Improvisational Drama*, in Bridges 2011: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture, 2011.

Güngör Arzu, *Effects of Drama on the Use of Reading Comprehension Strategies and on Attitudes Toward Reading*, in Journal for Learning through the Arts, 2008, vol. 4, issue 1.

Harris J., *Interweaving Language and Mathematics Literacy through a Story*, in: *Teaching Children Mathematics*, 1999, vol. 5, issue 9, pp. 520-24.

Heathcote D., *Drama as challenge*, in: Liz, Johnson and Cecily O' Neil (eds), (1984) *Heathcote, Dorothy. Collected Writings on Education and Drama*, London, Hutchinson & Co., 1973.

Heck, Shirley F., *Problem Solving Plus Role Playing Equal Interest Plus Basic Skills in Mathematics*, in: *Arithmetic Teacher*, 1980, vol. 28, issue1, pp. 34-36.

Johnson C., *Drama and metacognition*, in: *Early Child Development and Care*, 2002, vol. 172, issue 6, pp. 595-602.

Kao, Shin-Mei & O' Neil, C., *Words Into Worlds. Learning a Second Language Through Process Drama*, Ablex Publishing Corporation, 1998.

Kayhan H. C., *Creative Drama In Terms Of Retaining Information*, in: *Procedia social and Behavioral Sciences*, 2009, vol. 1, issue 1, pp. 737-740.

Karaduman, G. B., *The Application of Creative Drama in Geometry with Gifted Students*, in: *The 19th Biennial World Conference of the WCGTC: Making a World of Difference for Gifted Children*, Prague, 2011.

Nave T., *Drama + Mathematics = Dramatics*, in: *Arithmetic Teacher*, 1983, vol. 30, issue 5, pp. 22-24.

Nevin M. L., *A Language Arts Approach to Mathematics*, in: *Arithmetic Teacher*, 1992, vol.40, issue 3, pp. 142-146.

Neelands J., *Beginning Drama 11-14*, London: David Fulton Publishers, 1998.

Nicol. C., Crespo, S., *Exploring Mathematics in Imaginative Places: Rethinking What Counts as Meaningful Contexts for Learning Mathematics*, in: *School Science and Mathematics*, vol. 105, issue 5, pp.240 .

O' Neil C. & Lambert A., *Drama Structures. A practical Handbook for Teachers*. Stanley Thornes (Publishers) Ltd, 1990.

Presmeg N., *Mathematics education research embracing arts and sciences*, in: *ZDM Mathematics Education*, 2009, vol. 41, pp. 131-141.

Saab J., *The effects of creative Drama methods on mathematics achievement, attitudes and creativity*, PhD Dissertation Education D., West Virginia University, 1987.

Schiro M. S. & Lawson D., *Oral storytelling and Teaching Mathematics*, SAGE publications, 2004.

Şengül, S. & Örnek Tükenmez, S., *The effects of dramatization method on elementary school students' levels of maths attitudes and achievements*, in: *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2009, vol.1, pp. 2131-2135.

Tulej J. & Gorman M., *Mathematics and Drama*, in: *Mathematics teaching*, 1990, vol.131.

Wagner B., *Dorothy Heathcote. Drama as a Learning Medium*, Portsmouth Heinemann, 1999.

Ward-Penny R., *The performing Arts in the Mathematics Classroom*, in: *Mathematics in School*, 2008, vol. 37, issue 4.

Wilburne J. & Napoli M., *Integrating Literature and Mathematics: A mysterious connection*, in: *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2007, vol. 13, issue 3, pp. 134-139.

Yaffe S., *Drama as a teaching tool*, in: *Educational Leadership*, 1989, vol. 46 , issue 6, pp. 29-35.

Yassa N., *High School Students' Involvement in Creative Drama: The Effects on Social Interaction*, in: *Research in Drama and Theatre in Education*, 1999, vol. 4, issue 1, pp. 37-51.

ΕΙΣΗΓΗΣΗ 3^η

«Προσεγγίζοντας τα γεωμετρικά σχήματα στη Α' Δημοτικού μέσα από τους πίνακες του Βασίλι Καντίνσκυ»

Βίκυ Γεωργαντά, Δασκάλα & Med στις ΤΠΕ για την Εκπαίδευση

Περίληψη

Είναι πανθομολογούμενο το γεγονός ότι η επαφή με κάθε μορφή τέχνης αναπτύσσει την αισθητική εμπειρία του ατόμου και καλλιεργεί τη δημιουργική του ικανότητα καθώς και την ικανότητα του για κριτικό στοχασμό. Φιλόσοφοι και παιδαγωγοί έχουν υπογραμμίσει τη συμβολή των τεχνών στην ανάπτυξη της φαντασίας του ατόμου και στη δυνατότητα που του προσφέρουν να αντιλαμβάνεται την εμπειρική πραγματικότητα μέσα από μια διαφορετική σκοπιά με δημιουργική προοπτική. Έρευνες έχουν καταδείξει τη συμβολή των τεχνών στην απόκτηση θετικής στάσης των μαθητών προς το σχολείο. Όταν μάλιστα αξιοποιούνται μέσα στα πλαίσια διαθεματικά σχέδιων, συμβάλλουν στην προσφορά υψηλής ποιότητας μάθησης και μάλιστα δημιουργικής καθώς η γνώση που επιτυγχάνεται είναι ολόπλευρη και σφαιρική. Μέσα στα πλαίσια ενός διαθεματικού σχεδίου εργασίας εντάχθηκε και η εξοικείωση των μαθητών της Α' τάξης του δημοτικού με τα γεωμετρικά σχήματα τόσο μέσα από την τέχνη όσο και από την αξιοποίηση των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Λέξεις – κλειδιά: τέχνη, γεωμετρικά σχήματα, ΤΠΕ

Εισαγωγή

Στις μέρες μας ολοένα και περισσότερο προβάλλει επιτακτικά η ανάγκη το σχολείο να μετατραπεί σε ζωντανό οργανισμό μάθησης και οικοδόμησης της γνώσης, όπου ο μαθητής θα τοποθετείται στο επίκεντρο της εκπαιδευτικής διαδικασίας και θα αλληλεπιδρά με το περιεχόμενο, με τον εκπαιδευτικό-διευκολυντή, με τους συμμαθητές του και με την τεχνολογία. Οι νέες τεχνολογίες και ιδιαίτερα οι Τ.Π.Ε. αποτελούν βασικό εργαλείο μετάδοσης της πληροφορίας κι η έλευση της κοινωνίας της γνώσης έχει επιφέρει σημαντικές αλλαγές και έχει συμβάλλει στη δημιουργία ενός νέου κοινωνικού γίνεσθαι, αναδεικνύοντας νέα πρότυπα και νέους τρόπους επικοινωνίας. Λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα της σύγχρονης συγκυρίας για την ανάγκη δημιουργίας καινοτόμων εκπαιδευτικών παρεμβάσεων υψηλού επιπέδου στα ελληνικά σχολεία με την ταυτόχρονη αξιοποίηση των Τ.Π.Ε. σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε η εκπαιδευτική παρέμβαση με βασικό άξονα αναφοράς την εξοικείωση των μαθητών με τα γεωμετρικά σχήματα μέσα από τους πίνακες ζωγραφικής του Βασίλι Καντίνσκι και την αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην εκπαιδευτική διαδικασία.

1.1 Η συμβολή των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία

Η συμβολή των ΤΠΕ στη μαθησιακή διαδικασία προκύπτει από τα τεχνολογικά τους χαρακτηριστικά και τους τρόπους με τους οποίους καταγράφουν, αποθηκεύουν, αναπαριστούν, διαχειρίζονται και μεταφέρουν την πληροφορία. Η συνεισφορά τους στη μαθησιακή διαδικασία προκύπτει έμμεσα, μέσα από την παιδαγωγική αξιοποίησή τους. Σημαντικοί παράγοντες για την παιδαγωγική αξιοποίηση των ΤΠΕ θεωρούνται το ενδιαφέρον των μαθητών για τον υπολογιστή, που λειτουργεί ως κίνητρο μάθησης, η ενεργός συμμετοχή των μαθητών μέσω αλληλεπιδραστικών δραστηριοτήτων, που περιλαμβάνουν δράση και ανάδραση, καθώς και η επιλογή της κατάλληλης εφαρμογής λογισμικού για τη δημιουργία ή ενίσχυση των νοητικών μοντέλων τους. Η παιδαγωγική αξιοποίηση των ΤΠΕ επιτυγχάνεται σε ένα ολοκληρωμένο μαθησιακό πλαίσιο, το οποίο περιλαμβάνει διδακτικά σενάρια διδασκαλίας.

Οι γνωστικές και οι κοινωνικοπολιτισμικές προσεγγίσεις για τη μάθηση, λόγω κυρίως των θετικών μαθησιακών αποτελεσμάτων που επιφέρουν, ενδείκνυται για τη σχεδίαση και ανάπτυξη μαθησιακών δραστηριοτήτων και διδακτικών σεναρίων με την υποστήριξη των ΤΠΕ. Τεχνολογικές προσεγγίσεις που αξιοποιούνται αφορούν λογισμικά έκφρασης, αναζήτησης και επικοινωνίας της πληροφορίας, πληροφορικά μαθησιακά περιβάλλοντα μέσω ανακάλυψης, διερεύνησης και οικοδόμησης της

γνώσης. Η παιδαγωγική αξιοποίηση των ΤΠΕ υπό το πρίσμα των θεωριών οικοδόμησης της γνώσης εφαρμόζεται κυρίως με την ένταξη τους ως γνωστικών και διερευνητικών εργαλείων και δευτερευόντως ως δυναμικών εποπτικών μέσων διδασκαλίας και εργαλείων επικοινωνίας και αναζήτησης πληροφοριών, παράλληλα με τον πληροφορικό γραμματισμό.

Ως γνωστικά εργαλεία θεωρούνται οι τεχνολογίες που υποστηρίζουν γνωστικές διεργασίες όπως είναι η σκέψη, η επίλυση προβλημάτων και η μάθηση. Όσον αφορά στις ΤΠΕ, τα γνωστικά εργαλεία είναι εφαρμογές λογισμικού και τεχνολογίες που δημιουργούνται ή τροποποιούνται και χρησιμοποιούνται από τον μαθητή για να αναπαραστήσει τις γνώσεις του, εμπλέκοντάς τον απαραίτητα σε νοηματοδοτημένες διεργασίες κριτικής σκέψης σχετικά με ένα υπό μελέτη θέμα. Υπό αυτή την έννοια, ο υπολογιστής λειτουργεί ως «*διανοητικός συνεργάτης*» του μαθητή με στόχο την οικοδόμηση της γνώσης ⁶¹(Μικρόπουλος & Μπέλλου, 2010).

Οι ΤΠΕ ως γνωστικά εργαλεία μπορούν να αξιοποιηθούν κατά δύο τρόπους. Ο πρώτος αφορά τη λειτουργία της τεχνολογίας κατά την οποία διαχωρίζονται σαφώς οι εργασίες του μαθητή από αυτές του εργαλείου. Το γνωστικό εργαλείο θεωρείται ότι αποτελεί μέσο για τη βελτίωση της απόδοσης του μαθητή. Ο δεύτερος τρόπος αξιοποίησης των ΤΠΕ ως γνωστικών εργαλείων σχετίζεται με τις δυνατότητες της τεχνολογίας για υποστήριξη της δημιουργίας νοητικών μοντέλων από τον μαθητή. Στην περίπτωση αυτή η γνώση θεωρείται ότι κατανέμεται μεταξύ του εργαλείου και του μαθητή, με στόχο την επίτευξη ορισμένου μαθησιακού αποτελέσματος. Η παιδαγωγική αξιοποίηση των ΤΠΕ ως γνωστικών και διερευνητικών εργαλείων μέσα σε ένα εποικοδομητικό πλαίσιο, υποδηλώνει τη σχεδίαση, ανάπτυξη και χρήση μαθησιακών δραστηριοτήτων που αξιοποιούν ορισμένες αν όχι όλες από τις αρχές σχεδίασης εποικοδομητικών πληροφορικών μαθησιακών περιβαλλόντων:

- α) Παροχή πολλαπλών αναπαραστάσεων της πραγματικότητας, αποφεύγοντας την υπεραπλούστευση, αλλά αναπαριστώντας την πολυπλοκότητα του φυσικού κόσμου.
- β) Εστίαση στην οικοδόμηση και όχι στην αναπαραγωγή της γνώσης.
- γ) Δημιουργία αυθεντικών μαθησιακών δραστηριοτήτων, βασισμένων σε πραγματικές καταστάσεις.
- δ) Καλλιέργεια του αναστοχασμού και

⁶¹ Μικρόπουλος & Μπέλλου, 2010

ε) Υποστήριξη της συνεργατικής μάθησης και της οικοδόμησης της γνώσης

1.2 Η τέχνη στην εκπαίδευση

Είναι πανθομολογούμενο το γεγονός ότι η επαφή με κάθε μορφή τέχνης αναπτύσσει την αισθητική εμπειρία του ατόμου και καλλιεργεί τη δημιουργική του ικανότητα, καθώς και την ικανότητα του για κριτικό στοχασμό. Φιλόσοφοι και παιδαγωγοί έχουν υπογραμμίσει τη συμβολή των τεχνών στην ανάπτυξη της φαντασίας του ατόμου και στη δυνατότητα που του προσφέρουν να αντιλαμβάνεται την εμπειρική πραγματικότητα μέσα από μια διαφορετική σκοπιά με δημιουργική προοπτική. Από τους βασικούς σκοπούς άλλωστε της εκπαίδευσης είναι η ολόπλευρη ανάπτυξη του ατόμου σε επίπεδο γνωστικό, ηθικό, κοινωνικό, συναισθηματικό και τα πορίσματα της Νέας Παιδαγωγικής για την ανάπτυξη των πολλαπλών τύπων νοημοσύνης⁶² (Gardner, 1990) σε αυτή την κατεύθυνση συνηγορούν. Η αξιοποίηση επομένως της Τέχνης στην εκπαιδευτική διαδικασία αποτελεί εγχείρημα μεγάλης παιδευτικής αξίας για το μαθητή. Με τον όρο τέχνες στο σχολείο εννοούμε τη λογοτεχνία, τη μουσική, τα εικαστικά, τη θεατρική αγωγή, τις οποίες μάλιστα το Υπουργείο Παιδείας θεωρεί πολύ σημαντικές για τη συμβολή τους στη δημιουργική έκφραση των μαθητών, την καλλιέργεια της αισθητικής και της ολόπλευρης ανάπτυξης τους.

Η τέχνη θεωρείται ως μια αντικειμενοποίηση του στοχασμού και της κατανόησης της υποκειμενικής πραγματικότητας των συναισθημάτων, της ευαισθησίας, των διαθέσεων, μια πτυχή της εμπειρίας, η οποία επιβάλλει το λόγο της σκέψης και της γλώσσας. Κατά αυτή την έννοια, οι τέχνες αξιοποιούν και διευρύνουν τη φαντασία, την εφευρετικότητα, τη δημιουργικότητα και την αντίληψη των μαθητών, καλλιεργούν τη γλωσσική επικοινωνία και ανάπτυξη και βοηθούν στην απόκτηση νέων γνώσεων. Η επαφή μάλιστα με πολυτροπικά έργα, στα οποία έχουμε το συνδυασμό διαφόρων συστημάτων επικοινωνίας (π.χ. εικονοβιβλίο και κόμικ) συμβάλλει στο να εξοικειώνει τους μαθητές με ιδιαίτερες εκφραστικές δυνατότητες που προσφέρει η διαπλοκή εικόνας και γραπτού λόγου. Τέλος, οι μαθητές μέσα από τη συνεργασία καλλιεργούν πέρα από τον οπτικό εγγραμματισμό (visual literacy) και κοινωνικές δεξιότητες επικοινωνίας και συνεργασίας. Έρευνες έχουν καταδείξει τη συμβολή των τεχνών στην απόκτηση θετικής στάσης των μαθητών προς το σχολείο. Όταν μάλιστα αξιοποιούνται μέσα στα πλαίσια διαθεματικά

⁶² Gardner, 1990

σχεδίων, συμβάλλουν στην προσφορά υψηλής ποιότητας μάθησης (Bamford, 2006⁶³) και μάλιστα δημιουργικής καθώς η γνώση που επιτυγχάνεται είναι ολόπλευρη και σφαιρική (αισθητική, δημιουργική, γνωστική, νοητική, συναισθηματική, κοινωνική). Έτσι, οι μαθητές αναπτύσσουν την προσωπικότητά του και αποδίδουν νόημα στον κόσμο γύρω τους⁶⁴ (Βάος, 2008).

Σε κάθε περίπτωση, οι τέχνες αποτελούν αναπόσπαστο και σημαντικό κομμάτι της εκπαίδευσης, αποτελούν διακριτό γνωστικό αντικείμενο και απαιτείται ισότιμη αναγνώριση και αξιοποίησή τους λόγω της μεγάλης παιδαγωγική τους προσφοράς. Τα τελευταία χρόνια η Εκπαίδευση μέσω της Τέχνης αλλά και η αξιοποίηση της Τέχνης στην Εκπαίδευση γίνεται ολοένα και πιο συστηματική⁶⁵ (Βρεττός, 1999).

Η συμβολή όλων των μορφών Τέχνης είναι σημαντική για την προσωπική ανάπτυξη των ατόμων, τη διαμόρφωση αξιών και στάσεων, την απόκτηση πολυεπίπεδης γνώσης διαπίστωση που έχει γίνει από τις αρχές κιόλας του 20ου αιώνα. Ο John Dewey (1934) στο Art as Experience ισχυρίστηκε ότι η αισθητική εμπειρία που αποκτούμε με την επαφή με τις τέχνες, αποτελεί το κατεξοχήν μέσο για την ανάπτυξη της φαντασίας, την οποία θεωρεί θεμελιώδες στοιχείο της διεργασίας της μάθησης. Η γνώση που προσφέρει είναι ευρύτερη και βαθύτερη από τις συνήθεις εμπειρίες που αποκτούμε με την πραγματικότητα και αποτελεί σημαντική πρόκληση για σκέψη. Θεμελιώδης υπήρξε επίσης η συνεισφορά του Howard Gardner που υποστήριξε ότι η αισθητική εμπειρία είναι σημαντική για τη γνωστική ανάπτυξη του ατόμου και ότι αν θέλουμε να μιλάμε για άτομα με ολοκληρωμένη προσωπικότητα, το εκπαιδευτικό σύστημα οφείλει να καλλιεργεί όσο το δυνατόν περισσότερα από τα είδη νοημοσύνης που διαθέτει ο άνθρωπος. Για να μπορέσουμε επομένως να πετύχουμε την πολύπλευρη ενδυνάμωση της νοημοσύνης, απαιτείται διευρυμένη χρήση συμβόλων, την οποία προσφέρουν οι τέχνες. Η αισθητική, επομένως, εμπειρία εξυπηρετεί πλήρως το σκοπό αυτό, καθώς προσφέρει τη δυνατότητα επεξεργασίας πλήθος συμβόλων μέσω των οποίων καθίσταται δυνατή η έκφραση ολιστικών και λεπτοφυών νοημάτων, η σκιαγράφηση συναισθηματικών καταστάσεων. Η χρήση μεταφορών και άλλων που βοηθάει να γίνει συνειδητή η διαπίστωση ότι η πραγματικότητα μπορεί να γίνεται κατανοητή και μέσω άλλων οδών κι όχι απαραίτητα μέσω ορθολογικών επιχειρημάτων. Διότι η τέχνη μπορεί να εκφράσει βαθιές και κρυμμένες αλήθειες με τρόπο συμβολικό

⁶³ Bamford, 2006

⁶⁴ Βάος, 2008

⁶⁵ Βρεττός, 1999

και αλληγορικό. Τα οφέλη από την αξιοποίηση των τεχνών στην εκπαιδευτική διαδικασία είναι σημαντικά. Παρόμοιες απόψεις για την πολύμορφη και πολυδιάστατη προσφορά της διδασκαλίας της τέχνης στους μαθητές έχει ο Eisner που θεωρείται ευρέως ο πρωτεργάτης θεωρητικός της εκπαίδευσης μέσω της τέχνης στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής. Κατά τον Eisner (2002), κάποια από τα «μαθήματα» που η τέχνη διδάσκει είναι:

- Οι τέχνες μαθαίνουν στα παιδιά να κρίνουν τις ποιοτικές σχέσεις, αντίθετα από την υπόλοιπη διδακτέα ύλη όπου υπάρχουν μόνο σωστές και λάθος απαντήσεις.
- Οι τέχνες διδάσκουν τους μαθητές ότι τα προβλήματα δεν έχουν πάντα μόνο μία λύση.
- Οι τέχνες μας δείχνουν ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι να ερμηνεύσει κανείς τον κόσμο.
- Οι τέχνες εξοικειώνουν τα παιδιά με τη ρευστότητα των πραγμάτων, τους μαθαίνουν να παραδίνονται στις απροσδόκητες πιθανότητες του έργου καθώς αυτό ξεδιπλώνεται.
- Οι τέχνες ζωντανεύουν το γεγονός ότι τα όρια της γλώσσας μας δεν είναι τα όρια της γνώσης μας.
- Οι τέχνες διδάσκουν στους μαθητές ότι μικρές διαφορές μπορούν να προκαλέσουν μεγάλες επιπτώσεις.
- Οι τέχνες βοηθούν τα παιδιά να πουν τα ανείπωτα.
- Οι τέχνες μαθαίνουν στα παιδιά να σκέφτονται μέσω των υλικών για να κάνουν τις εικόνες πραγματικότητα.
- Οι τέχνες μας βοηθούν να αποκτήσουμε μοναδικές εμπειρίες και μέσα από αυτές να ανακαλύψουμε το εύρος και την ποικιλία των πραγμάτων που είμαστε ικανοί να κάνουμε.

Η θέση των τεχνών στο σχολείο συμβολίζει για τους νέους αυτό που οι ενήλικες πιστεύουν ότι είναι σημαντικό. Η αξιοποίηση των τεχνών πέρα από την αδιαμφισβήτητη αξία τους ως μέσου πολιτιστικής ενδυνάμωσης και γνωστικής ανάπτυξης, δημιουργούν προϋποθέσεις αποτελεσματικής δημιουργικής μάθησης, καθώς αυξάνουν την ενεργητική συμμετοχή των εμπλεκόμενων μαθητών και εκπαιδευτικών, ενδυναμώνουν τη στοχαστική διάθεση. Η εμπλοκή με τις τέχνες οδηγούν στην ολιστική ανάπτυξη της προσωπικότητας και καλλιεργεί τη μεταγνωστική ικανότητα του μαθητή. Αποτελούν πλούσιο πληροφοριακό υλικό που ενισχύει την πολιτισμική συνείδηση. Η συνείδηση του κοινωνικού ρόλου της τέχνης επιτυγχάνεται μέσα από τις ίδιες τις οπτικές μορφές που δημιουργεί το παιδί και οι οποίες το βοηθούν να εκφράσει την ταυτότητά του και το γεγονός ότι ανήκει σε μία ομάδα. Μέσα από αυτές, ακόμα, συνειδητοποιεί ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να διαμορφωθεί η τέχνη και να εκφράσει τα συναισθήματα των ανθρώπων που ανήκουν σε διαφορετικές κουλτούρες (NAEA, 2010).

2.1 Σχεδιασμός και υλοποίηση εκπαιδευτικού σεναρίου

Αφόρμηση για την υλοποίηση του εν λόγω Project στάθηκε η διδασκαλία των γεωμετρικών σχημάτων στην Α΄ τάξη του Δημοτικού. Θέλοντας να αξιοποιήσουμε μια διαφορετική προσέγγιση στη διδασκαλία της εν λόγω θεματικής ενότητας εντάξαμε την αξιοποίηση έργων τέχνης και τη χρήση των νέων τεχνολογιών σε αυτή τη διαδικασία.

Ο γενικός σκοπός της εκπαιδευτικής παρέμβασης ήταν να αναγνωρίσουν οι μαθητές και να εντοπίσουν τα γεωμετρικά σχήματα μέσα στα έργα ζωγραφικής του Β. Καντίνσκι και να γίνουν οι ίδιοι «μικροί ζωγράφοι-δημιουργοί» χρησιμοποιώντας τα μέσα στα δικά τους έργα. Ωστόσο, ο γενικός σκοπός εμπλουτίζονταν και από επιμέρους στόχους:

- Να αναγνωρίζουν και να κατονομάζουν 4 βασικά γεωμετρικά σχήματα και τα χαρακτηριστικά τους.
- Να εντοπίζουν τα γεωμετρικά σχήματα στον περιβάλλοντα χώρο τους.
- Να τα αναγνωρίζουν μέσα σε έργα ζωγραφικής.
- Να τα σχεδιάσουν οι ίδιοι είτε στο χαρτί είτε σε πρόγραμμα ζωγραφικής.

Οι εμπλεκόμενες γνωστικές περιοχές ήταν το μάθημα των Μαθηματικών, των Εικαστικών και της αξιοποίησης των Νέων Τεχνολογιών. Η απαιτούμενη υλικοτεχνική υποδομή ήταν: φορητός ηλεκτρονικός υπολογιστής, tablets, φωτογραφική μηχανή και σύνδεση στο Διαδίκτυο. Τα προγράμματα και τα λογισμικά που χρησιμοποιήθηκαν ήταν το Power Point, το Glogster Edu το Sketch Pad και το Drawing. Η διδακτική προσέγγιση που ακολουθήθηκε στηριζόταν στη μέθοδο Project, στην ενεργή συμμετοχή των μαθητών σε όλες δραστηριότητες οι ομαδοσυνεργατικές πρακτικές και η διαθεματικότητα. Η χρονική διάρκεια υλοποίησης ήταν δύο εβδομάδες και εντάχθηκε στο ωρολόγιο πρόγραμμα της Ευέλικτης Ζώνης, των Μαθηματικών και της Αισθητικής Αγωγής.

Μέσα στα πλαίσια υλοποίησης του συγκεκριμένου Project πραγματοποιήθηκαν μια σειρά από δραστηριότητες, όπως:

Αναγνωρίζω, εντοπίζω και μετρώ τα 4 γεωμετρικά σχήματα που βλέπω : Οι μαθητές ήταν χωρισμένοι σε ομάδες, όπου κάθε ομάδα ασχολήθηκε με έναν πίνακα ζωγραφικής του Β. Καντίνσκι. Στη συνέχεια κάθε ομάδα συμπλήρωνε ένα φύλλο εργασίας, όπου χρειαζόταν να αριθμήσουν πόσα είδη από τα γεωμετρικά σχήματα έχουν εντοπίσει και να τα παρουσιάσουν στην ολομέλεια της τάξης.

Σχηματίζω γεωμετρικά μέσα από το πρόγραμμα *Drawing*: Οι μαθητές είχαν τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν ένα λογισμικό για να σχηματίσουν γεωμετρικά σχήματα στον υπολογιστή.

Σύγκριση των σχημάτων με τις γραμμές από το προγραφικό στάδιο: Οι μαθητές συνέκριναν τις γραμμές που είχαμε μάθει στο προγραφικό στάδιο με αυτές που χρησιμοποιούν για να φτιάξουν τα γεωμετρικά σχήματα.

Γίνομαι «ζωγράφος-δημιουργός» : Μια δραστηριότητα η οποία ενθουσίασε τους μαθητές ήταν η δραστηριότητα κατά την οποία οι μαθητές έγιναν οι ίδιοι δημιουργοί- ζωγράφοι και χρησιμοποιώντας τα τέσσερα βασικά γεωμετρικά σχήματα που είχαν μάθει.

Δημιουργία ψηφιακής πινακοθήκης: Αφού ολοκληρώθηκαν οι δημιουργίες των μαθητών, οι μαθητές χρησιμοποιώντας τη φωτογραφική μηχανή και τα tablets φωτογράφισαν τις δημιουργίες τους και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας το λογισμικό παρουσίασης Power Point δημιούργησαν μια ψηφιακή πινακοθήκη για να εκθέσουν τα έργα τους.

Συμπερασματικά, η συμμετοχή των μαθητών σε μια σειρά βιωματικών δραστηριοτήτων τους βοήθησε να κατανοήσουν τα γεωμετρικά σχήματα και να γίνουν οι ίδιοι δημιουργοί των δικών τους έργων τέχνης.

Αναφορές

Βάος, Α., (2008) *Μαθήματα διδακτικής εικαστικών Τεχνών*, Αθήνα: Εκδόσεις Τόπος.

Bamford, A. (2006) *The wow factor: global research compendium on the impact of the arts in education*, New York: Waxmann.

Βρεττός, Ι.Ε. (1999). *Εικόνα & Σχολικό Εγχειρίδιο. Επιλογή, Μεθοδολογική Προσέγγιση*, Αθήνα Ανάγνωση.

Dewey J., (1980), *Art as experience*. USA: The Penguin Group.

Eisner, E. (2002). *The arts and the creation of mind*. USA: Yale University Press.

Gardner H. (1990), *Art Education and Human Development*, Los Angeles: The Getty Center for Education in the Arts.

Μικρόπουλος, Τ.Α. & Μπέλλου, Ι. (2010). *Σενάρια διδασκαλίας με υπολογιστή*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Εισήγηση 4^η

«Οι Πυθαγόρειοι, οι Άρρητοι αριθμοί και η Τέχνη: Διδακτικές εφαρμογές»

Δημήτρης Μέμτσας, Μαθηματικός

Περίληψη

Οι άρρητοι αριθμοί γίνονται για πρώτη φορά γνωστοί στους μαθητές στο Γυμνάσιο και η διδασκαλία τους αποτελεί ένα σημαντικό σταθμό στην διδακτέα ύλη, διότι με αυτούς αποκτούν οι μαθητές μία ολιστική αντίληψη της έννοιας του αριθμού, ενώ παράλληλα ορίζεται το σύνολο των πραγματικών αριθμών. Οι αριθμοί αυτοί αν και ανακαλύφθηκαν για πρώτη φορά στη αρχαιότητα από του Πυθαγορείους, ορίστηκαν πλήρως μετά από πολλούς αιώνες στη σύγχρονη εποχή και αποτελούν ένα γοητευτικό πεδίο στην ιστορία των μαθηματικών. Οι άρρητοι αριθμοί έχουν την ιδιαιτερότητα ότι γραφόμενοι σε δεκαδική μορφή περιλαμβάνουν άπειρα δεκαδικά ψηφία, τα οποία προκύπτουν με τέτοιο τρόπο που να μην υπάρχει κάποιο τελικό επαναλαμβανόμενο μέρος ψηφίων όπως συμβαίνει με τους δεκαδικούς περιόδους αριθμούς. Καθώς η τέχνη και τα μαθηματικά έχουν ακολουθήσει παράλληλους δρόμους από την αρχαιότητα, στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται κάποιες διδακτικές προτάσεις για τη διαθεματική διδασκαλία των μαθηματικών με θέματα της ιστορίας των μαθηματικών και της τέχνης. Οι δραστηριότητες και οι εφαρμογές που προτείνονται αποτέλεσαν μέρος πολιτιστικού προγράμματος που υλοποιήθηκε από μαθητές Γυμνασίου στο θέμα αυτό. Οι πυθαγόρειοι και η φιλοσοφία τους, η ανακάλυψη των άρρητων αριθμών, ο ρόλος της ιστορίας των μαθηματικών στην διδασκαλία, ο αριθμός π είναι τα βασικά υποθέματα του προγράμματος. Πίνακες ζωγραφικής εμπνευσμένοι από τους άρρητους αριθμούς ανακατασκευάστηκαν από τους μαθητές με χρήση του μαθηματικού λογισμικού Geogebra, ενώ παρουσιάζεται επίσης και ένα από τα ποιήματα που αποδόθηκαν στα Ελληνικά για τον αριθμό π . Γίνεται επίσης διερεύνηση του ρόλου και της χρησιμότητας της ιστορίας των μαθηματικών και της διαθεματικής προσέγγισης της διδασκαλίας των μαθηματικών με θέματα τέχνης.

Εισαγωγή

Τα μαθηματικά λόγω της συμβολικής τους γλώσσας και της αφηρημένης φύσης τους, αλλά πολλές φορές και των παραδοσιακών τρόπων διδασκαλίας, αντιμετωπίζονται από μερίδα μαθητών από φόβο ή και απέχθεια. Παράλληλα η Τέχνη αποτελεί ένα πεδίο το οποίο προσφέρεται στο πλαίσιο μίας

διαθεματικής προσέγγισης με τα Μαθηματικά, καθώς υπάρχουν καλλιτεχνικά έργα τα οποία έχουν βασιστεί σε μαθηματικές τεχνικές, έννοιες ή θεωρήματα, τα οποία βοηθούν αφενός μεν στην παραγωγή της μαθηματική γνώσης, αφετέρου δε στην αναγνώριση της επίδρασης των μαθηματικών στον πραγματικό κόσμο και της σχέσης τους μ' αυτόν. Η διαθεματικότητα των μαθηματικών με την τέχνη σε συνδυασμό με τη χρήση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (ΤΠΕ) και ειδικών λογισμικών μπορεί να συνεισφέρει σημαντικά στην αλλαγή της αρνητικής στάσης των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά, ενώ παράλληλα δίνεται η δυνατότητα πολλαπλών αναπαραστάσεων, που βοηθούν στην παραγωγή της γνώσης. Η ανακάλυψη των άρρητων αριθμών κατά τον 6ο π. Χ. αιώνα από τους Πυθαγορείους, οι οποίοι μέχρι τότε πίστευαν ότι με τους αριθμούς μπορούσαν να ερμηνεύουν τον κόσμο γύρω τους, ανέτρεψε την κοσμοθεωρία τους και αποτέλεσε ένα από τα γνωστότερα επιστημολογικά εμπόδια στην ιστορία των μαθηματικών. Οι Πυθαγόρειοι, η κοσμοθεωρία τους και οι άρρητοι αριθμοί αποτελούν ένα γοητευτικό πεδίο στην ιστορία των μαθηματικών από το οποίο εμπνεύστηκαν εικαστικοί καλλιτέχνες και ποιητές.

Στην εργασία αυτή παρουσιάζονται τρόποι αξιοποίησης καλλιτεχνικών έργων από το πεδίο αυτό στην εκπαιδευτική διαδικασία, όπως αυτοί χρησιμοποιήθηκαν στο πλαίσιο πολιτιστικού προγράμματος για μαθητές Γυμνασίου. Στόχοι του προγράμματος ήταν να διερευνήσουν και να προσεγγίσουν τη φύση των άρρητων αριθμών και να ασχοληθούν με θέματα της αρχαίας ελληνικής φιλοσοφίας και της ιστορίας των Μαθηματικών για τους άρρητους αριθμούς, που ήταν σε άμεση συνάφεια με μεγάλο μέρος του μαθήματος των μαθηματικών που διδάσκονταν στην τάξη. Θέματα όπως το Πυθαγόρειο θεώρημα, οι άρρητοι αριθμοί, ο αριθμός π και οι εφαρμογές του στις μετρήσεις του κύκλου, αποτέλεσαν αντικείμενο μελέτης και από μία διαφορετική σκοπιά, ως πηγών έμπνευσης έργων τέχνης αλλά και ως σημαντικών σταθμών στην ιστορία των Μαθηματικών. Πίνακες ζωγραφικής και ποιήματα εντάχθηκαν στην εκπαιδευτική διαδικασία με στόχο την κινητοποίηση και την ενασχόληση των μαθητών με τα Μαθηματικά με ένα διαφορετικό τρόπο εμπλέκοντάς τους άμεσα ως δημιουργούς έργων τέχνης. Οι πίνακες αυτοί αναπαρήχθησαν από τους ίδιους τους μαθητές με χρήση μαθηματικού λογισμικού, ενώ ποιήματα αποδόθηκαν στα Ελληνικά από άλλες γλώσσες.

Τα μαθηματικά και η τέχνη

Η τέχνη και τα μαθηματικά, αν και θεωρούνται δυο διαφορετικά πεδία, έχουν πολλούς κοινούς τόπους και η σχέση τους έχει βαθιές ρίζες στον χρόνο. Οι καλλιτέχνες, όπως και οι μαθηματικοί προσπαθούν να αντιληφθούν τον κόσμο γύρω τους και τη δομή της πραγματικότητας, και οι μεν πρώτοι να τον εκφράσουν με την μορφή μαθηματικών εννοιών, θεωριών και σχέσεων, οι δε δεύτεροι με την μορφή

καλλιτεχνικών έργων. Οι μαθηματικές έννοιες εφευρίσκονται, δημιουργούνται, ανακαλύπτονται κατά μεγάλο μέρος με τον ίδιο τρόπο που καλλιτέχνες όπως ο Braque και ο Picasso εφηύραν, ανακάλυψαν ή δημιούργησαν τον κυβισμό⁶⁶ (Jensen 2002). Όπως λέει και ο μεγάλος Άγγλος μαθηματικός Godfrey Harold Hardy, «ο μαθηματικός, όπως ένας ζωγράφος ή ένας ποιητής, είναι ένας σχεδιαστής. Τα σχεδιάσματά του είναι φτιαγμένα με ιδέες. Ο ζωγράφος φτιάχνει σχέδια με σχήματα και χρώματα, ο ποιητής με λέξεις. Και στην ποίηση μετρούν οι ιδέες. Η ποίηση δεν είναι αυτό που λέγεται, αλλά ο τρόπος με τον οποίο το λέμε»⁶⁷ (Μπαλής, 2001). Σύμφωνα με την οπτική αυτή τα Μαθηματικά θεωρείται ότι αποτελούν μία μορφή Τέχνης. Έχουν προταθεί κατά καιρούς διάφορα κριτήρια με τα οποία μία απόδειξη, ένα θεώρημα, ή ακόμη και μία θεωρία χαρακτηρίζονται από τους μαθηματικούς όμορφα και κομψά. Η μαθηματική δομή και η αρμονικότητα της σύνθεσης της, η απλότητα, η συντομία, η ευρηματικότητα και η πρωτοτυπία είναι κάποια από τα χαρακτηριστικά μίας όμορφης μαθηματικής δημιουργίας. Ακριβώς όπως συμβαίνει και με τις τέχνες, τα μαθηματικά έργα προκαλούν αισθητικές απολαύσεις, με κριτήρια όμως που ταιριάζουν στη μαθηματική δημιουργία και πρακτική⁶⁸ (Χασάπης, 2011). Οι μαθηματικές δομές σκέψης μεταβάλλονται στον χρόνο επηρεάζοντας και τα αισθητικά κριτήρια της κάθε εποχής για τα μαθηματικά⁶⁹ (Borwein, 2006). Η Natalie Sinclair⁷⁰ (2011), αναφερόμενη στον ρόλο των αισθητικών κριτηρίων στη μαθηματική δημιουργία πέραν της αξιολογικής διάστασης τους, που αναφέρεται στην αισθητική αποτίμησή των έργων, υπογραμμίζει τον ρόλο τους αφενός μεν στην καθοδήγηση της μαθηματικής έρευνας και σκέψης με βάση το συναίσθημα, αφετέρου δε ως κινήτρων για τους μαθηματικούς να ασχοληθούν με συγκεκριμένα μαθηματικά πεδία και προβλήματα. Ο Astrid Brickmann⁷¹ (2009) αναγνωρίζοντας τη σημασία τους,

⁶⁶ Jensen Henrik *Jeldtoft*, *Mathematics and painting*, [*Jeldtoft*, *Μαθηματικά και ζωγραφική*], στο: *Interdisciplinary Science Review*, 2002, τόμος 27 (1), σελ. 45-49.

⁶⁷ Μπαλής Στέφανος, *Μαθηματικά και ποίηση*, Από τον Αρχιμήδη στον Ελύτη, Θεσσαλονίκη, Νησίδες, 2001, σελ. 18.

⁶⁸ Χασάπης Δημήτριος, *Μαθηματικά & Τέχνες στην Εκπαίδευση: Αναζητώντας κοινούς τόπους*, στα: Πρακτικά 9^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, Αθήνα, 14-16 Απριλίου 2011, σελ. 13-28.

⁶⁹ Borwein Jonathan, *Aesthetics for the Working Mathematician*, [*Jonathan*, *Αισθητική για τον Δρόντα Μαθηματικό*], στο Nathalie Sinclair, David Pimm and William Higginson (Eds.), *Mathematics and the Aesthetic, New Approaches to an Ancient Affinity*, New York, Springer, 2006, σελ. 21-40.

⁷⁰ Sinclair Natalie, *Aesthetic Considerations in Mathematics*, [*Natalie*, *Θεωρήσεις της Αισθητικής στα Μαθηματικά*], στο: *Journal of Humanistic Mathematics*, 2011, τόμος 1 (1), σελ. 2-32

⁷¹ Brinkmann Astrid, *Mathematical Beauty and its Characteristics – A study on the Students' Points of View*, [*Astrid*, *Η Μαθηματική Ομορφιά και τα Χαρακτηριστικά της*], στο *The Montana Mathematics Enthusiast*, 2009, τόμος 6 (3), σελ. 365-380.

υποστηρίζει ότι η διδασκαλία των μαθηματικών θα πρέπει να σχεδιάζεται με βάση αισθητικά κριτήρια για να προωθείται η θετική στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά τόσο στο σχολείο όσο και στη ζωή τους γενικότερα.

Μία δεύτερη οπτική στη σχέση μαθηματικών και τέχνης αναφέρεται στην αναγνώριση μαθηματικών ιδεών, εννοιών ή και θεωρημάτων, κυρίως της γεωμετρίας, σε καλλιτεχνικά έργα. Γωνίες, ευθείες, σχήματα, αριθμοί αναγνωρίζονται πολλές φορές σε πίνακες ζωγραφικής ή σε αρχιτεκτονικές δημιουργίες. Η σχέση της γεωμετρίας με την τέχνη ξεκινά από πολύ παλιά. Ήδη από την μεταμυκηναϊκή εποχή είναι γνωστή η γεωμετρική τέχνη, η οποία πήρε το όνομά της από τα γεωμετρικά σχήματα και μοτίβα, με τα οποία οι καλλιτέχνες διακοσμούσαν τα αγγεία. Σε διάφορες φάσεις στην ιστορία η γεωμετρία με την τέχνη είχαν παράλληλους δρόμους.

Πέραν της αναγνώρισης γεωμετρικών στοιχείων και εννοιών, μαθηματικές τεχνικές και σχέσεις, όπως η συμμετρία και η αυτοομοιότητα, έχουν χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή έργων τέχνης. Στο έργο του Βιτρούβιου *De Architectura που αποτελεί* μια επιτομή της αρχιτεκτονικής πρακτικής από τον πρώτο αιώνα π.Χ. με διαρκή επιρροή στην δυτική αρχιτεκτονική, αναφέρεται η σημασία που θα πρέπει να δίνεται από τους σχεδιαστές και καλλιτέχνες στη συμμετρία και στις αναλογίες. Στο διάσημο σχέδιο “The Vitruvian man” του Leonardo da Vinci εκφράζονται οι κανόνες αυτοί με τον ιδανικότερο τρόπο. Εκτός από την αξονική, η κεντρική και η περιστροφική συμμετρία έχουν χρησιμοποιηθεί επίσης στην παραγωγή έργων τέχνης. Τα μαθηματικά μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση έργων τέχνης, για τη διερεύνηση γεωμετρικών τεχνικών που χρησιμοποιήθηκαν από τους καλλιτέχνες για τη δημιουργία των έργων, όπως η προοπτική, η χρυσή τομή κλπ. Η προοπτική αναπτύχθηκε τον 15ο αιώνα την εποχή της Αναγέννησης από τους Leon Batista Alberti, Leonardo da Vinci, και Albrecht Dürer⁷² (Kappraff 1990) και μέσα από την συστηματική μελέτη των κανόνων της δημιουργήθηκε το θεωρητικό υπόβαθρο για έναν νέο κλάδο της γεωμετρίας, την προβολική γεωμετρία.

Πέραν της παραδοσιακής ευκλείδειας γεωμετρίας και του υπαρκτού κόσμου που αυτή εκφράζει και περιγράφει, τη σύγχρονη εποχή έχουν αναπτυχθεί και οι νέες μη ευκλείδειες γεωμετρίες που περιγράφουν κόσμους φανταστικούς και οδήγησαν στη γέννηση της μοντέρνας τέχνης. Η υπερβολική γεωμετρία έγινε γνωστή από τις δημοσιεύσεις του Ρώσου Nikolai Lobachevsky το 1829 και του

⁷² Kappraff Jay, *Connections, The geometric bridge between art and science*, [Jay, Διασυνδέσεις, Η γεωμετρική γέφυρα μεταξύ τέχνης και επιστήμης], Singapore, World Scientific, 1991/1990, σελ. 277

Ούγγρου János Bolyai το 1831⁷³ (Cucker 2013). Στην γεωμετρία αυτή είναι αποδεκτά τα τέσσερα πρώτα αιτήματα του Ευκλείδη, σύμφωνα όμως με το πέμπτο της αίτημα και αντίθετα με την ευκλείδεια γεωμετρία, «υπάρχουν περισσότερες από μία ευθείες διερχόμενες από σημείο που είναι παράλληλες σε δοθείσα ευθεία». Τον 20^ο αιώνα ο Maurits Cornelis Escher (1898-1972) με βάση τον λεγόμενο μοντέλο του δίσκου του Poincaré στο υπερβολικό επίπεδο, δημιούργησε τους διάσημους πίνακές του με γενικό τίτλο «όριο κύκλου», στους οποίους υπάρχουν επαναλαμβανόμενα μοτίβα με όριο την περιφέρεια ενός κύκλου⁷⁴ (Dunham, 2010). Η γεωμετρία όμως και τα μαθηματικά γενικότερα, αποτέλεσαν τα ίδια πηγή έμπνευσης και για άλλους καλλιτέχνες όπως ο Vasily Kandinsky (1866-1944), ο Piet Mondrian (1872-1944), ο Kazimir Malevich (1879-1935), ο Victor Vasarely (1906-1007) κ.α., ενώ πολλοί νεότεροι καλλιτέχνες συνέχισαν και συνεχίζουν στους δρόμους που αυτοί χάραζαν στις μέρες μας.

Οι Πυθαγόρειοι και η ανακάλυψη των άρρητων αριθμών

Οι «Πυθαγόρειοι» ήταν μία θρησκευτική και φιλοσοφική σχολή που δημιουργήθηκε στον Κρότωνα, στη Μεγάλη Ελλάδα. Δημιουργός της ήταν ο Πυθαγόρας, ο μεγάλος μαθηματικός της αρχαιότητας, που γεννήθηκε στη Σάμο (περ. 572-497 π.Χ.). Όπως αναφέρει ο Ισοκράτης, στα νεανικά του χρόνια ταξίδεψε στην Αίγυπτο, όπου τον αιχμαλώτισε ο Καμβύσης και τον μετέφερε στη Βαβυλώνα. Εκεί κατά τον Ιάμβλιχο παρέμεινε επί επτά χρόνια όπου μυήθηκε από τους ιερείς στα μυστήρια και δίδαχτηκε από αυτούς τη θεωρία των αριθμών και της αρμονίας. Οι μαρτυρίες για τα ταξίδια του Πυθαγόρα μαρτυρούν ότι από την αρχαιότητα υπήρχε συσχέτιση μεταξύ της πυθαγόρειας και της ανατολικής σοφίας⁷⁵ (Van der Warden, 2010). Ο Πυθαγόρας γύρω στα 530 π.Χ. διωκόμενος από τον τύραννο Πολυκράτη εγκατέλειψε την γενέτειρά του και εγκαταστάθηκε στον Κρότωνα. Εκεί συγκέντρωσε γύρω του μία ομάδα μαθητών και δημιούργησε μία φιλοσοφική Σχολή, τους «Πυθαγορείους». Οι «Πυθαγόρειοι» πίστευαν ότι το πρωταρχικό στοιχείο της δημιουργίας δεν είναι κάποια υλική ουσία, όπως πίστευαν οι μέχρι τότε φιλόσοφοι, αλλά κάτι πνευματικό, ο αριθμός, και το θεμελιώδες δόγμα τους ήταν: «ο αριθμός είναι η ουσία των πάντων»⁷⁶ (Loria 1978). Αντικείμενα

⁷³ Cucker Felipe, *Manifold Mirrors. The Crossing Paths of the Arts and Mathematics*, [Felipe, *Πολλαπλοί Καθρέπτες. Οι Διασταυρούμενες Διαδρομές της Τέχνης και των Μαθηματικών*], New York, Cambridge University Press, 2013, σελ. 327

⁷⁴ Dunham Douglas, *M.C. Escher's Use of the Poincare Models of Hyperbolic Geometry*, [Douglas, *Η Χρήση από τον M.C. Escher του Μοντέλου του Poincare της Υπερβολικής Γεωμετρίας*], στο: Bruter Glaude (Ed.), *Mathematics and Modern Art*, Proceedings of the First ESMA Conference, Paris, Springer, 2010, σελ. 69-78.

⁷⁵ Van der Warden Bartel Leendert, *Η απόρριψη της Επιστήμης*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2010, σελ. 101-102

⁷⁶ Loria Gino, *Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος I*, Αθήνα, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 1978, σελ. 42.

μελέτης για τους Πυθαγορείους αποτέλεσαν οι αριθμητικές αναλογίες των μουσικών αρμονιών, η διάκριση των φυσικών αριθμών σε άρτιους και περιττούς και οι ιδιότητές τους, οι παραστατικοί αριθμοί (τρίγωνοι, τετράγωνοι αριθμοί), οι πυθαγόρειες τριάδες, η θεωρία της διαιρετότητας (αποτελέσματα για πρώτους, τέλειους, υπερτελείς, ελλιπείς και φίλους αριθμούς) κλπ. Οι γνώσεις μας για τους Πυθαγορείους αντλούνται από τα έργα μεταγενεστέρων συγγραφέων, των αποκαλούμενων «Νεοπυθαγορείων» Νικομάχου, Θέωνα του Σμυρναίου και Ιαμβλίκου, καθώς και από τα σχόλια του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη⁷⁷ (Χριστιανίδης, 2003). Αν και οι δοξασίες της Σχολής έφταναν κάποιες φορές στην ακρότητα αποδίδοντας φανταστικές και αυθαίρετες ομοιότητες μεταξύ πραγμάτων και αριθμών, θα πρέπει να αναγνωριστεί το γεγονός ότι ήταν οι πρώτοι διανοητές οι οποίοι επιδίωξαν συνειδητά να θεμελιώσουν ποσοτικά και μαθηματικά τη γνώση του κόσμου⁷⁸ (Lloyd, 2008). Ένας σημαντικός σταθμός στην ιστορία των μαθηματικών αποτέλεσε η ανακάλυψη της ύπαρξης των άρρητων αριθμών που, αποδίδεται στους Πυθαγορείους. Από τις μαρτυρίες δεν μπορεί να βγει ένα ασφαλές συμπέρασμα για τον χρόνο και τον τρόπο αυτής της ανακάλυψης. Βρήκαν ότι δεν υπάρχει ένα κοινό μέτρο με το οποίο να μπορεί να μετρηθεί η πλευρά και η διαγώνιος ενός τετραγώνου, δηλαδή τα δύο μεγέθη είναι ασύμμετρα. Σύμφωνα με μία δεύτερη εκδοχή το πρώτο ζεύγος ασύμμετρων μεγεθών που βρέθηκε ήταν η πλευρά και η διαγώνιος ενός κανονικού πενταγώνου, δεδομένου ότι το κανονικό πεντάγωνο ήταν και το σήμα των Πυθαγορείων⁷⁹ (Barnett, 2000). Η θεωρία των Πυθαγορείων ανατράπηκε και ο μύθος λέει ότι ο Ίππασος ο Μεταπόντιος, ο οποίος άφησε το μυστικό να διαρρεύσει στον έξω κόσμο, βρήκε τον θάνατο με πνιγμό ως θεϊκή τιμωρία για την πράξη του. Η παλιότερη απόδειξη της ύπαρξης ασύμμετρων αριθμών περιέχεται στα *Αναλυτικά πρότερα* του Αριστοτέλη⁸⁰ (Χριστιανίδης, 2003). Παρόλα αυτά η ανακάλυψη της ασυμμετρίας δεν οδήγησε σε μία γενικότερη θεώρηση της έννοιας του αριθμού, αλλά μάλλον σε

⁷⁷ Χριστιανίδης Γιάννης, *Θέματα από την ιστορία των μαθηματικών*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης. 2003, σελ. 65.

⁷⁸ Lloyd Geoffrey Ernest Richard, *Αρχαία Ελληνική Επιστήμη, Από τον Θαλή στον Αριστοτέλη*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2008, σελ. 34-35.

⁷⁹ Barnett, Janet Heine, *Anomalies and the Development of Mathematical Understanding*, [Heine, *Αταξίες και η Ανάπτυξη της Μαθηματικής Κατανόησης*], στο: Katz, Victor (Ed.) *Using History to teach Mathematics: An International Perspective*, MAA Notes (No 51), 2000, σελ.78

⁸⁰ Χριστιανίδης Γιάννης, *Θέματα από την ιστορία των μαθηματικών*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης. 2003, σελ. 75

μία αυστηρή διάκριση μεταξύ συνεχών μεγεθών και διακριτών αριθμών⁸¹ (Barnett, 2000). Μάλιστα οι αριθμοί αυτοί λόγω και του αριθμητικού συστήματος που δεν επέτρεπε την εύκολη αναπαράστασή τους παρέμειναν ανεπαρκώς ορισμένοι για πολλούς αιώνες μέχρι την σύγχρονη εποχή που κατέστη δυνατή η μαθηματική τους θεμελίωση⁸² (Gray 2009).

Διδακτικές προσεγγίσεις

Ένα σημαντικό στοιχείο στην διδασκαλία των άρρητων αριθμών είναι ότι με τον ορισμό τους, γίνεται η επέκταση από τους ρητούς και ορίζεται το σύνολο των πραγματικών αριθμών, προσφέροντας στους μαθητές μια ενιαία και ολιστική θέαση της έννοιας του αριθμού. Οι άρρητοι αριθμοί δεν μπορούν να γραφούν ως κλάσματα με αριθμητή και παρονομαστή ακέραιο αριθμό και στη δεκαδική αναπαράστασή τους έχουν άπειρα δεκαδικά ψηφία, στα οποία όμως δεν υπάρχει κάποιο επαναλαμβανόμενο μέρος, όπως συμβαίνει στους δεκαδικούς περιοδικούς αριθμούς. Για τον λόγο αυτό ένα από τα πρώτα σημεία που δυσκολεύουν τους μαθητές στη διδασκαλία είναι η διάκρισή τους από τους δεκαδικούς περιοδικούς αριθμούς. Ένα άλλο πρόβλημα είναι η διάκριση των άρρητων αριθμών από τις δεκαδικές τους προσεγγίσεις, τις οποίες χρησιμοποιούν οι μαθητές στην επίλυση προβλημάτων. Οι μαθητές επίσης είναι δύσκολο να κατανοήσουν πως είναι δυνατόν να είναι πραγματικός ένας αριθμός που δεν μπορεί να γραφεί ακριβώς. Η γεωμετρική αναπαράσταση άρρητων αριθμών μπορεί να αποτελέσει ένα ισχυρό διδακτικό εργαλείο, καθώς καθίσταται δυνατόν να συλλάβουν τα άπειρα δεκαδικά ψηφία που σαν κάτι πεπερασμένο και ακριβές που εκφράζεται από το μήκος κάποιου ευθυγράμμου τμήματος, έστω κι αν αυτό συμβαίνει για μία μόνο συγκεκριμένη κατηγορία άρρητων αριθμών⁸³ (Sirotic and Zazkis, 2007).

Οι αναπαραστάσεις στα μαθηματικά παράγονται μέσω της εμπλοκής των μαθητών σε δραστηριότητες που επιλέγονται κατάλληλα από τον εκπαιδευτικό και τους βοηθούν να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες και σχέσεις. Χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά σύμβολα και τις αναπαραστάσεις έχουν οι

⁸¹ Barnett, Janet Heine, *Anomalies and the Development of Mathematical Understanding*, [Heine, *Αταξίες και η Ανάπτυξη της Μαθηματικής Κατανόησης*], στο: Katz, Victor (Ed.) *Using History to teach Mathematics: An International Perspective*, MAA Notes (No 51), 2000, σελ.79

⁸² Gray Jeremy, *Modernism in mathematics*, [Jeremy, *Μοντερνισμός στα Μαθηματικά*], στο: Robson Eleanor & Stedall Jacqueline (Eds), *The Oxford Handbook of the History of Numbers*, Chippenham, Oxford University Press, 2009, σελ. 663-686.

⁸³ Sirotic Natasa and Zazkis Rina, *Irrational numbers on the number line – where are they?*, [Rina, *Άρρητοι αριθμοί στην αριθμογραμμή – πού βρίσκονται;*], στο: *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, τόμος 38(4), 2007, σελ. 477-488

μαθητές την δυνατότητα να καταγράψουν και να επικοινωνήσουν τις μαθηματικές ιδέες και να εργαστούν επί πραγματικών καταστάσεων. Όταν οι μαθητές καταφέρουν να τα κατανοήσουν βαθιά, έχουν ένα σύνολο εργαλείων που επεκτείνει την ικανότητά τους να σκέπτονται με μαθηματικό τρόπο⁸⁴ (Reys κ.α., 2009). Η νοερή απεικόνιση είναι η ικανότητα, η διαδικασία και το αποτέλεσμα της δημιουργίας, της ερμηνείας, της χρήσης και της σκέψης επί εικόνων ή γραφημάτων που είναι στο χαρτί, την οθόνη ή στο μυαλό κάποιου, με σκοπό την αναπαράσταση και την επικοινωνία της πληροφορίας και της σκέψης, την ανάπτυξη νέων ιδεών και την προώθηση της κατανόησής τους⁸⁵ (Presmeg 2010).

Σύμφωνα με τον κοινωνικό εποικοδομισμό του Lev Vygotsky (1896-1934), η μάθηση είναι μία κοινωνικο-πολιτισμική διαδικασία και το παιδί οικοδομεί τη γνώση μέσα από το κοινωνικό του περιβάλλον και από τις κοινωνικές αλληλεπιδράσεις⁸⁶ (Ελληνιάδου κ.α., 2008). Πολλές φορές για την εκτέλεση μαθηματικών δραστηριοτήτων μέσα στην τάξη χρησιμοποιούνται εργαλεία τα οποία μπορεί να είναι χειραπτικά ή εικονικά και μπορεί να επιτελέσουν τον ρόλο της σημειωτικής διαμεσολάβησης στη μαθηματική κατανόηση. Οι μαθηματικές δραστηριότητες θα πρέπει να διαμορφώνονται σε ένα ευρύτερο κοινωνικό και πολιτιστικό πλαίσιο και η προσέγγιση της γνώσης μπορεί να γίνεται με ταυτόχρονη αναφορά στα μαθηματικά και στην τέχνη⁸⁷ (Bagni, 2010). Παράλληλα ο ηλεκτρονικός υπολογιστής αποτελεί στις μέρες μας ένα δυναμικό εργαλείο για τη δημιουργία και επεξεργασία αναπαραστάσεων, το οποίο βοηθά τους μαθητές να δουν το μάθημα των μαθηματικών με μία διαφορετική ματιά. Άλλωστε το ζητούμενο είναι οι μαθητές να πρέπει να μη θεωρούν τα μαθηματικά ως στατικές γνώσεις, αλλά να αντιλαμβάνονται τη διδασκαλία τους σαν μία δραστηριότητα στην οποία

⁸⁴ Reys Robert; Lindquist Mary, Lambdin, Diana & Smith Nancy, *Helping Children Learn Mathematics*, [Nancy, Βοηθώντας τα Παιδιά να Μάθουν Μαθηματικά], 9th Edition, USA, John Wiley & Sons, 2009, σελ. 101

⁸⁵ Presmeg Norma, *Semiotics in Mathematics Education*, [Norma, Σημειωτική στην Μαθηματική Εκπαίδευση], στο: Lerman Stephen (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*, New York, Springer, 2010, σελ. 538-541.

⁸⁶ Ελληνιάδου Έλενα, Κλεφτάκη Ζωή & Μπαλκίζας Νικόλαος, *Η συμβολή των παιδαγωγικών προσεγγίσεων στην κατανόηση του φαινομένου της μάθησης*, Πανεπιστημιακό Κέντρο Επιμόρφωσης (ΠΑ.Κ.Ε.) Αθήνας, 2008, 69 σελ.

⁸⁷ Bagni, Giorgio, *Mathematics, Art, and Interpretation: A Hermeneutic Perspective*, [Giorgio, Μαθηματικά, Τέχνη και Ερμηνεία: Μία Ερμηνευτική Προοπτική], στο: Capecchi Vittorio, Buscema Massimo, Contucci Pierluigi, D'Amore Bruno (Eds.), *Applications of Mathematics in Models, Artificial Neural Networks and Arts*, Dordrecht, Springer, 2010, σελ. 477-484.

πρέπει να πάρουν μέρος για να προσδιορίζουν, να διερευνήσουν και να επικοινωνήσουν ιδέες που συνδέονται με μαθηματικές καταστάσεις⁸⁸ (Moreno & Sriraman 2010).

Η ιστορία των Μαθηματικών στη διδασκαλία

Στο ισχύον σήμερα διαθεματικό ενιαίο πλαίσιο προγράμματος σπουδών για τα μαθηματικά αναφέρεται ότι θα πρέπει να παρέχονται στους μαθητές δικλίδες ασφαλείας στην αναζήτηση της γνώσης και ένας από τους προτεινόμενους τρόπους είναι να γίνεται η διδασκαλία με αναφορά στην ιστορία των μαθηματικών, καθώς αναγνωρίζεται ότι η ιστορία είναι ένα πεδίο πλούσιο σε ιδέες για τη διδακτική προσέγγιση μαθηματικών εννοιών. Οι Grugnetti et al.⁸⁹ (2000) προτείνουν επίσης ότι τα σχολικά μαθηματικά θα πρέπει να θεωρούνται ως μία ανθρώπινη δραστηριότητα με πολιτισμικές και δημιουργικές πτυχές, ενώ παράλληλα αναφέρουν ότι είναι ωφέλιμη η διαθεματική προσέγγισή τους στο ιστορικό τους πλαίσιο, γιατί με τον τρόπο αυτό εμπλουτίζεται η κατανόηση τόσο των μαθηματικών όσο και των άλλων εμπλεκόμενων πεδίων. Μελετώντας την ιστορική διάσταση των μαθηματικών οι μαθητές προσεγγίζουν τις μαθηματικές έννοιες εν τω γεννάσθαι και όχι ως τελικό προϊόν, όπως παρουσιάζεται στα σχολικά βιβλία, ενώ η ιστορία αποτελεί επίσης μία πλούσια πηγή παραδειγμάτων και μαθηματικών προβλημάτων, που μπορούν να εμπλουτίσουν την εκπαιδευτική διαδικασία και να κινητοποιήσουν το ενδιαφέρον των μαθητών⁹⁰ (Τζανάκης 2009). Παράλληλα η μελέτη της ιστορίας των μαθηματικών και των επιστημολογικών εμποδίων που ανέκυψαν στην εξέλιξή τους, μπορεί βοηθήσει τους δασκάλους στην πρόβλεψη και στον εντοπισμό πιθανών δυσκολιών των μαθητών στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών και λαθών. Επιπλέον, μέσω της μελέτης της ιστορίας των μαθηματικών οι μαθητές αντιλαμβάνονται ότι η αναζήτηση λύσης σε ένα πρόβλημα μπορεί να είναι μία συναρπαστική διαδικασία, δημιουργώντας τους μία θετική προδιάθεση απέναντι στα

⁸⁸ Moreno-Armella Luis & Sriraman Bharath, *Symbols and Mediation in Mathematics Education*, [Bharath, *Σύμβολα και Μεσολάβηση στη Μαθηματική Εκπαίδευση*], στο: Sriraman Bharath & English Lyn (Eds.), *Theories of Mathematic Education*, Seekinh New Frontiers, Hedelberg, Springer, 2010, σελ. 213-232.

⁸⁹ Grugnetti Lucia & Rogers Leo, *Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues*, [Leo, *Φιλοσοφικά, πολυπολιτισμικά και διεπιστημονικά ζητήματα*], στο: Fauvel John & Mannen Jan van (Eds.), *History in Mathematics education: the ICMI study*, Dordrecht, Kluwer, 2000, σελ. 39-62.

⁹⁰ Τζανάκης Κωνσταντίνος, *Η αξιοποίηση των σχέσεων μεταξύ Ιστορίας των Μαθηματικών και Μαθηματικής Εκπαίδευσης: Συζήτηση με τα υπέρ και τα κατά βάσει της διεθνούς εμπειρίας*, στο: Επιστημονική Ένωση για τη Διδακτική των Μαθηματικών, *Αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών στη διδασκαλία των Μαθηματικών*, Θεσσαλονίκη, Εκδόσεις Ζήτη, 2009, σελ. 17-39..

μαθηματικά⁹¹ (Avital, 1995). Ακόμη, μελετώντας την ιστορία αποδέχονται το λάθος ως κάτι δημιουργικό και όχι ως πηγή πικρίας και απογοήτευσης.

Πέραν όμως της χρήσης της ιστορίας στη διδασκαλία ως ένα εργαλείο για την εκμάθηση εννοιών, θεωριών, μεθόδων, την παροχή κινήτρων για μάθηση, η ίδια η ιστορία των μαθηματικών μπορεί αποτελέσει διδακτικό στόχο, ώστε να διερευνήσουν οι μαθητές πώς τα μαθηματικά υπάρχουν και εξελίσσονται στον χώρο και στον χρόνο. Σύμφωνα με τον Jahnke⁹² (2014) τα δύο πεδία εφαρμογής της ιστορίας των μαθηματικών στη διδασκαλία, δηλαδή ως εργαλείο μάθησης και ως αυτοσκοπός, αλληλοσυνδέονται, καθώς οι μαθητές μαθαίνοντας τα μοντέρνα μαθηματικά και τη σχέση τους με τα μαθηματικά του παρελθόντος, κατανοούν καλύτερα τόσο την ιστορία όσο και τις μαθηματικές έννοιες. Η ιστορία των μαθηματικών επίσης, για να αποτελέσει έναν αποτελεσματικό μεσολαβητή στη διδασκαλία θα πρέπει να αποτελέσει ένα πεδίο προβληματισμού για την εξέλιξη των μαθηματικών στο χρόνο και τη σχέση τους με τον πολιτισμό⁹³ (Radford, 2014).

Το λογισμικό Geogebra

Το Geogebra είναι ένα ελεύθερο λογισμικό ανοικτού κώδικα που δημιουργήθηκε το 2001 από τον Markus Hohenwarter. Από τότε μέχρι σήμερα υπάρχουν πολλαπλές εκδόσεις του και το πρόγραμμα συνεχώς βελτιώνεται και εμπλουτίζεται με νέα χαρακτηριστικά. Το πρόγραμμα δίνει στον χρήστη τη δυνατότητα εφαρμογών στη γεωμετρία αλλά και στην άλγεβρα. Είναι ένα πρόγραμμα εύκολο στη χρήση του αφού οι λειτουργίες του πραγματοποιούνται με την ενεργοποίηση χαρακτηριστικών εικονιδίων στη μπάρα επιλογών στο πάνω μέρος της οθόνης. Έχει μεταφραστεί σε πάρα πολλές γλώσσες και επειδή είναι ελεύθερο, υπάρχουν χρήστες του σε όλο τον κόσμο. Για τον λόγο αυτό υπάρχουν πολλές εφαρμογές του στο διαδίκτυο και κοινότητες χρηστών του που ανταλλάσσουν τις

⁹¹ Avital Shmuel, *History of Mathematics Can Help Improve Instruction and Learning*, [Shmuel, *Η Ιστορία των Μαθηματικών Μπορεί να Βοηθήσει στη Βελτίωση της Διδασκαλίας και της Μάθησης*] στο: Swetz Frank; Fauvel John.; Bekken Otto, Johansson Bengt, Katz Victor (Eds.). *Learn from the Masters*, The Mathematical Association of America, Washington, 1995, σελ. 3-12.

⁹² Jahnke Hans Niels, *History in Mathematics Education. A Hermeneutic Approach*, [Niels, *Η Ιστορία στη Μαθηματική Εκπαίδευση. Μία Ερμηνευτική Προσέγγιση*], στο: Fried Michael & Dreyfus Tommy (Eds.), *Mathematics & Mathematics Education: Searching the Common Ground*, New York, Springer, 2014, σελ. 75-88

⁹³ Radford Luis, *Reflections of History of Mathematics: History of Mathematics and Mathematics Education*, [Luis, *Αντικατοπισμοί της Ιστορίας των Μαθηματικών: Ιστορία των Μαθηματικών και Μαθηματική Εκπαίδευση*], στο: Fried Michael & Dreyfus Tommy (Eds.), *Mathematics & Mathematics Education: Searching the Common Ground*, New York, Springer, 2014, σελ. 89-109.

γνώσεις τους και τις εμπειρίες τους. Όσον αφορά στα χαρακτηριστικά του, το πρόγραμμα δίνει τη δυνατότητα δυναμικού χειρισμού και πολλαπλών αναπαραστάσεων των μαθηματικών και βοηθά τον μαθητή στην ευκολότερη αντίληψη και πρόσκτηση της μαθηματικής γνώσης κατά την εκτέλεση των μαθηματικών δραστηριοτήτων στην τάξη. Έχει δηλαδή τα χαρακτηριστικά που κρίνονται απαραίτητα από τις σύγχρονες αντιλήψεις όσον αφορά στη χρήση των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία στο μάθημα των μαθηματικών.

Η γεωμετρική αναπαράσταση των άρρητων αριθμών

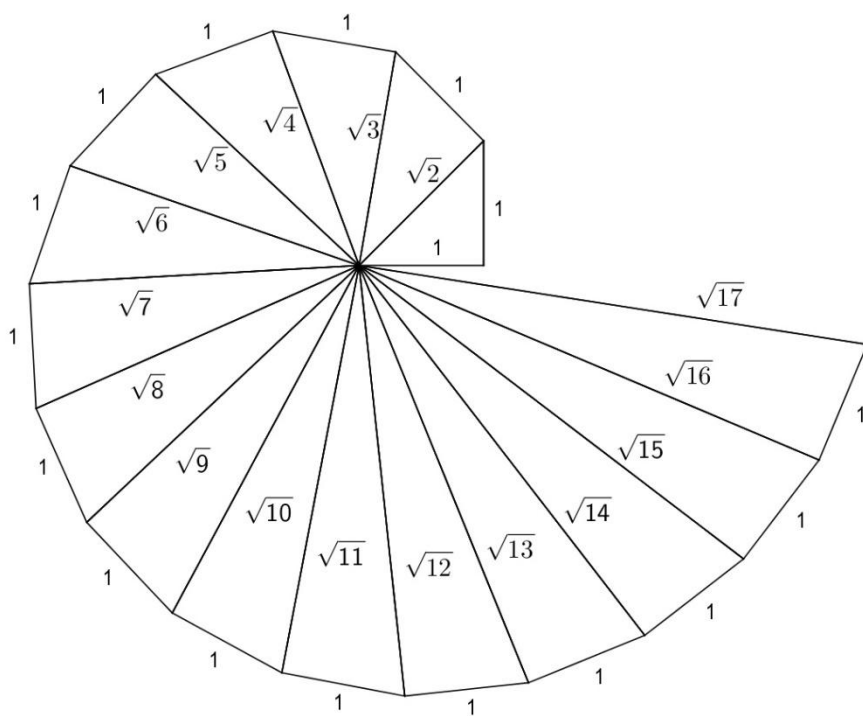
Η γεωμετρική αναπαράσταση αρρήτων αριθμών μπορεί να αποτελέσει ένα ισχυρό διδακτικό εργαλείο, καθώς καθίσταται δυνατόν να συλλάβουν οι μαθητές τα άπειρα δεκαδικά ψηφία των αρρήτων αριθμών σαν κάτι πεπερασμένο και ακριβές που εκφράζεται από το μήκος κάποιου ευθυγράμμου τμήματος, έστω κι αν αυτό συμβαίνει για μία μόνο συγκεκριμένη κατηγορία άρρητων αριθμών που, είναι οι τετραγωνικές ρίζες⁹⁴ (Sirotic and Zazkis, 2007). Η γεωμετρική κατασκευή ευθυγράμμων τμημάτων με μήκος κάποιον άρρητο αριθμό επιτρέπει την εύρεση της ακριβούς θέσης του άρρητου αριθμού στην ευθεία των πραγματικών αριθμών. Η γεωμετρική κατασκευή τετραγωνικών ριζών πραγματοποιήθηκε με δύο μεθόδους: με τη σπείρα του Θεόδωρου και την μέθοδο του Καρτέσιου.

Η μέθοδος του Θεόδωρου του Κυρηναίου

Ο Θεόδωρος ανήκε στους Πυθαγορείους και κατάγονταν από την αρχαία αποικία της Κυρήνης. Ήταν δάσκαλος στα μαθηματικά του Πλάτωνα και του Θεαίτητου. Στον διάλογο «Θεαίτητος» (147d7 – 148b7) ο μαθητής Θεαίτητος συνομιλώντας με τον Σωκράτη, αναφέρεται στον Θεόδωρο και υποστηρίζει, χωρίς όμως να αναφέρει την απόδειξη, ότι αυτός στα μαθήματά του αποδείκνυε ότι οι πλευρές των τετραγώνων με εμβαδόν 3,5,...,17 τετραγωνικούς πόδες δεν είναι σύμμετρες προς το μήκος τους ενός ποδός (παραλείπονται οι αριθμοί 4,9 και 16 για τους οποίους, ως τέλεια τετράγωνα, προφανώς αυτό δεν ισχύει), δηλαδή, όπως θα λέγαμε σήμερα, οι τετραγωνικές ρίζες των αριθμών 3,5,...,17 είναι άρρητοι αριθμοί. Σύμφωνα με τον Ευάγγελο Σταμάτη ο Θεόδωρος σταμάτησε στον αριθμό 17, διότι ο αριθμός αυτός θεωρούνταν ιερός. Το γεγονός ότι η ασυμμετρία του 2 δεν αναφέρεται στον «Θεαίτητο» κάνει τους ερευνητές να πιστεύουν ότι αυτό ήταν ήδη γνωστό από

⁹⁴ Sirotic Natasa and Zazkis Rina, *Irrational numbers on the number line – where are they?*, [Rina, Άρρητοι αριθμοί στην αριθμογραμμή – πού βρίσκονται;], στο: International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, τόμος 38(4), 2007, σελ. 477-488.

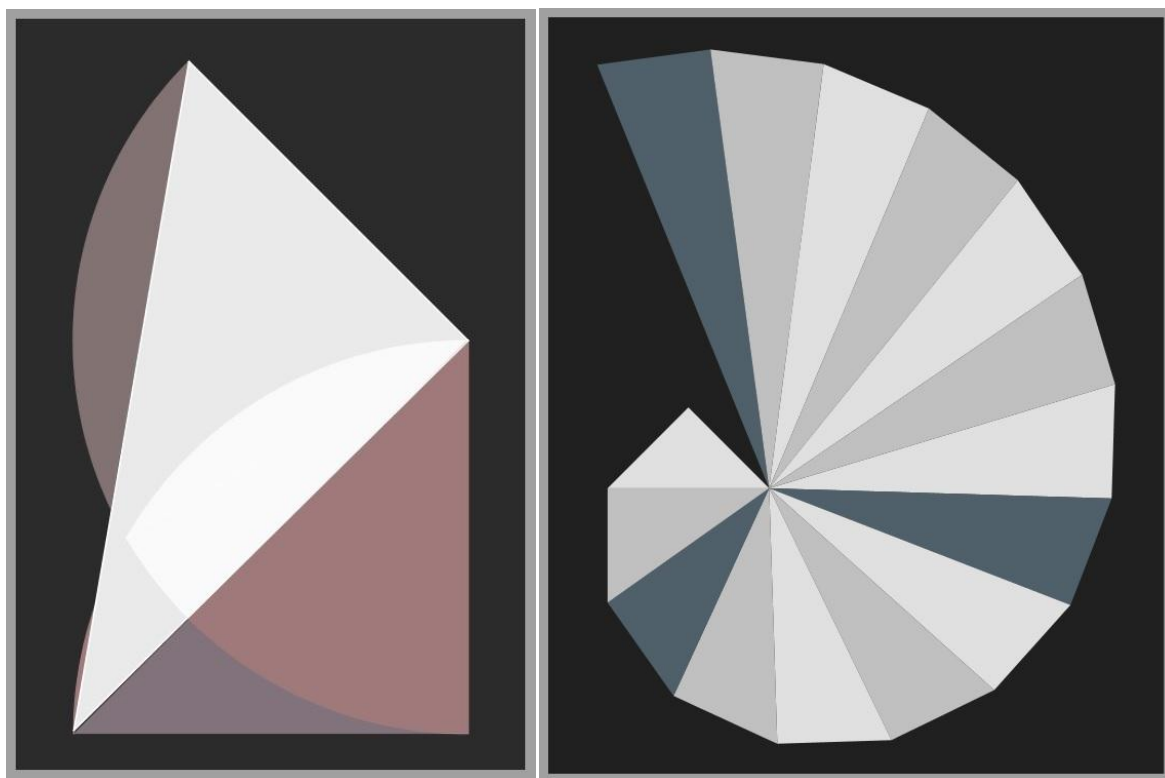
παλαιότερα. Κατά τον Χριστιανίδη⁹⁵ (2003), η ασυμμετρία ανακαλύφθηκε κατά το χρονικό διάστημα 450-430 π.Χ. περίπου. Η γεωμετρική κατασκευή με την οποία δημιουργούνται ευθύγραμμα τμήματα με μήκος τους άρρητους αριθμούς του Θεοδώρου, μπορεί να πάρει την μορφή μίας σπείρας που πήρε το όνομά της απ' αυτόν. Αρχικά λαμβάνεται ένα ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο με μοναδιαίες κάθετες πλευρές, του οποίου η υποτείνουσα, όπως προκύπτει από το πυθαγόρειο θεώρημα, είναι ίση με την τετραγωνική ρίζα του δύο. Στη συνέχεια κατασκευάζονται διαδοχικά ορθογώνια τρίγωνα, στα οποία η μία από τις κάθετες πλευρές τους είναι η υποτείνουσα του προηγούμενου, ενώ η δεύτερη κάθετη πλευρά είναι ίση με τη μονάδα. Με τον τρόπο αυτό κατασκευάζονται γεωμετρικά οι τετραγωνικές ρίζες των διαδοχικών φυσικών αριθμών. Η κατασκευή μπορεί να συνεχιστεί με την ίδια διαδικασία, ώστε να δημιουργηθούν ευθύγραμμα τμήματα με μήκος την τετραγωνική ρίζα οποιουδήποτε θετικού ακεραίου αριθμού (βλέπε εικόνα 1).



Εικόνα 1. Κατασκευή τετραγωνικών ριζών με τη σπείρα του Θεοδώρου του Κυρηναίου.

⁹⁵ Χριστιανίδης Γιάννης, *Θέματα από την ιστορία των μαθηματικών*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης. 2003, σελ. 78.

Ο Crockett Johnson (1906-1975) ήταν Αμερικανός καλλιτέχνης ο οποίος από το 1965 δημιούργησε πίνακες ζωγραφικές εμπνεόμενος από τα μαθηματικά και τη φυσική, και ογδόντα απ' αυτούς ανήκουν σήμερα στη συλλογή του Εθνικού Μουσείου της Αμερικανικής Ιστορίας στην Ουάσιγκτον. Δύο από τους πίνακές του για την κατασκευή τετραγωνικών ριζών με τη βοήθεια της σπείρας του Θεοδώρου, αναδημιουργήθηκαν από τους μαθητές με χρήση του λογισμικού Geogebra (Εικόνες 2 και 3). Οι πίνακες αυτοί, όπως και υπόλοιποι πίνακες του καλλιτέχνη που θα αναφερθούν στη συνέχεια, προέρχονται από τη συλλογή του μουσείου η οποία είναι προσβάσιμη μέσω του διαδικτύου (<http://americanhistory.si.edu/>).

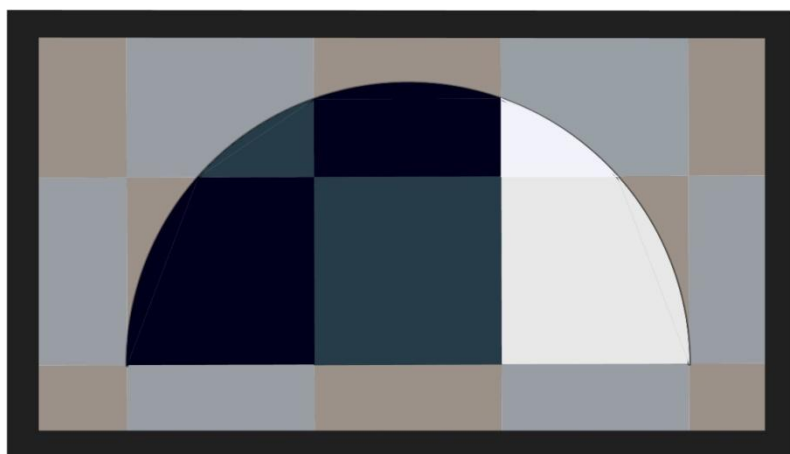
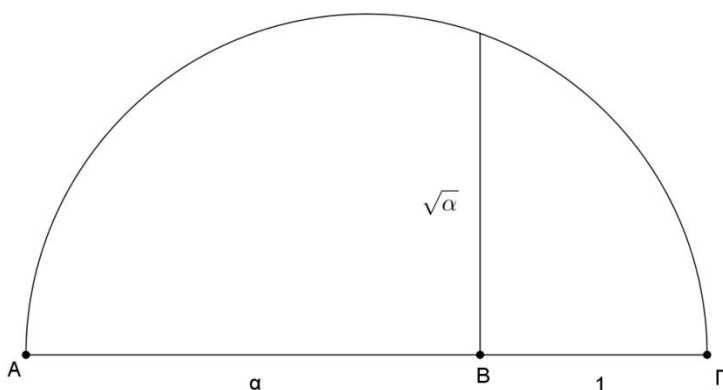


Εικόνα 2. Τετραγωνικές ρίζες του Ένα του Δύο και του Τρία, Crockett Johnson, 1969. Κατασκευή στο Geogebra.

Εικόνα 3. Τετραγωνικές ρίζες έως το δεκάξι (Θεόδωρος ο Κυρηναίος), Crockett Johnson 1967. Κατασκευή στο Geogebra.

Η Μέθοδος του Καρτέσιου

Ο René Descartes (1596-1650) ήταν μαθηματικός και φιλόσοφος που μελετώντας τη σχέση γεωμετρίας και άλγεβρας έκανε ένα αποφασιστικό βήμα στην ιστορία των μαθηματικών με την ανακάλυψη των καρτεσιανών συντεταγμένων. Στο έργο του *Γεωμετρία* παραθέτει μία μέθοδο για τη γεωμετρική κατασκευή τετραγωνικών ριζών. Παίρνουμε ευθύγραμμο τμήμα AB με μήκος έστω a . Προεκτείνουμε κατά ευθύγραμμο τμήμα BΓ μήκους 1. Με διάμετρο το ΑΓ κατασκευάζουμε ημικύκλιο. Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα στην ΑΓ με ένα άκρο το σημείο Β και δεύτερο άκρο πάνω στο ημικύκλιο έχει μήκος ίσο με την τετραγωνική ρίζα του a . Η απόδειξή γίνεται εύκολα με χρήση του πυθαγορείου θεωρήματος (βλέπε εικόνα 4). Στα πλαίσια του προγράμματος οι μαθητές αναπαρήγαγαν στο Geogebra τον πίνακα «Τετραγωνική ρίζα του δύο» του Crockett Johnson (εικόνα 5).



Εικόνα 4. Κατασκευή τετραγωνικής ρίζας του αριθμού a με τη μέθοδο του Rene Descartes,

Εικόνα 5. Τετραγωνική ρίζα του Δύο, Crocket Johnson, 1965. Κατασκευή στο Geogebra.

Το πυθαγόρειο Θεώρημα

Το πυθαγόρειο είναι ένα από πιο σημαντικά θεωρήματα στα μαθηματικά με εφαρμογές και σε κλάδους άλλων επιστημών. Ο Άλμπερτ Αϊνστάιν στην ηλικία των δώδεκα ετών, ο Λεονάρντο Ντα Βίτσι, ο μελλοντικός πρόεδρος των ΗΠΑ James Garfield, έχουν ένα κοινό σύνδεσμο, ασχολήθηκαν και οι τρεις με το πυθαγόρειο θεώρημα και το απέδειξαν ο καθένας τους με έναν δικό του τρόπο. Υπάρχουν περισσότερες από τετρακόσιες αποδείξεις του θεωρήματος⁹⁶ (Maor 2007), ενώ ο Elisha Loomis⁹⁷ (1940) εξέδωσε βιβλίο στο οποίο αναφέρονται τριακόσιες εξήντα επτά αποδείξεις που ήταν γνωστές μέχρι τότε. Το θεώρημα ξεκίνησε από τη μελέτη των πυθαγόρειων τριάδων και έχει από παλιά αποδοθεί στον Πυθαγόρα, αν και δεν υπάρχουν άμεσες μαρτυρίες γι' αυτό⁹⁸ (Katz 2013). Σύμφωνα με τον Van Der Warden⁹⁹ (2010) το συναντούμε να εφαρμόζεται σε βαβυλωνιακά κείμενα 1200 χρόνια πριν τον Πυθαγόρα, και είναι πιθανόν ο Πυθαγόρας να το γνώρισε κατά την παραμονή του στη Βαβυλώνα. Ο Ευκλείδης στα στοιχεία του αποδεικνύει το πυθαγόρειο θεώρημα με δύο τρόπους. Στην πρώτη απόδειξη (Πρόταση 47, βιβλίο Ι) με τετράγωνα κατασκευασμένα εξωτερικά ορθογωνίου τριγώνου επί των πλευρών του, που βασίζεται σε σχέσεις μεταξύ των εμβαδών (βλέπε εικόνα 6), αποδεικνύεται ότι το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά την υποτείνουσα ισούται με το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων με πλευρές τις κάθετες πλευρές του τριγώνου. Η δεύτερη απόδειξη αποτελεί μία επέκταση του πυθαγορείου θεωρήματος με όμοια και ομοίως κείμενα πολύγωνα επί των πλευρών του ορθογωνίου τριγώνου (Πρόταση 31, Βιβλίο VI) και βασίζεται σε αναλογίες. Τα αξιώματα και οι προτάσεις στο πρώτο βιβλίο του Ευκλείδη είναι διαρθρωμένα με τέτοιο τρόπο, ώστε να οδηγούν στην απόδειξη του πυθαγορείου θεωρήματος και του αντιστρόφου του. Το διάγραμμα για την απόδειξη της πρότασης 47 (εικόνα 6) μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύμβολο της γεωμετρίας και κατ' επέκταση της ελληνικής σκέψης, που για αιώνες θεωρούνταν ως το υπόβαθρο του δυτικού πολιτισμού¹⁰⁰ (Heilborn 2000).

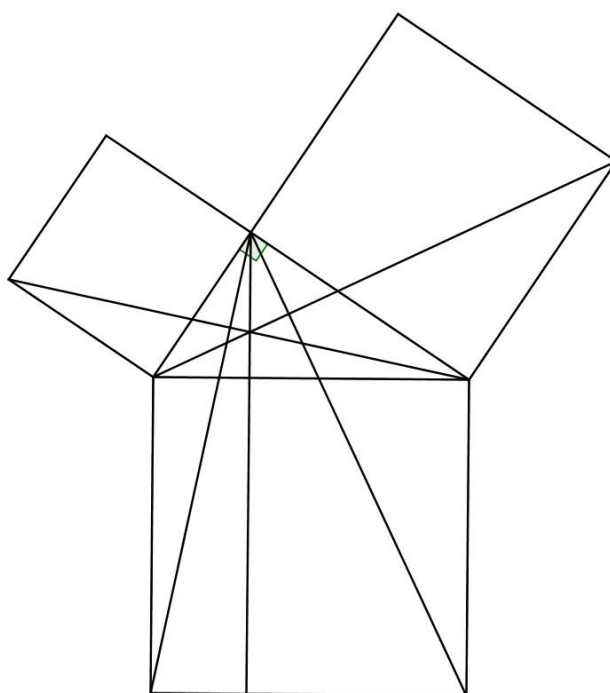
⁹⁶ Maor Eli, *The Pythagorean Theorem, a 4,000-year history*, [Eli, *Το Πυθαγόρειο Θεώρημα, μία ιστορία 4.000 χρόνων*], USA, Princeton University Press, 2007, 260 σελ. xi.

⁹⁷ Loomis Elisha Scott, *The Pythagorean Proposition*, [Scott, *Η Πυθαγόρεια Πρόταση*], National Council of Teachers of Mathematics, USA, 1972/1940, 326 σελ.

⁹⁸ Katz Victor, *Ιστορία των Μαθηματικών*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013, σελ. 58.

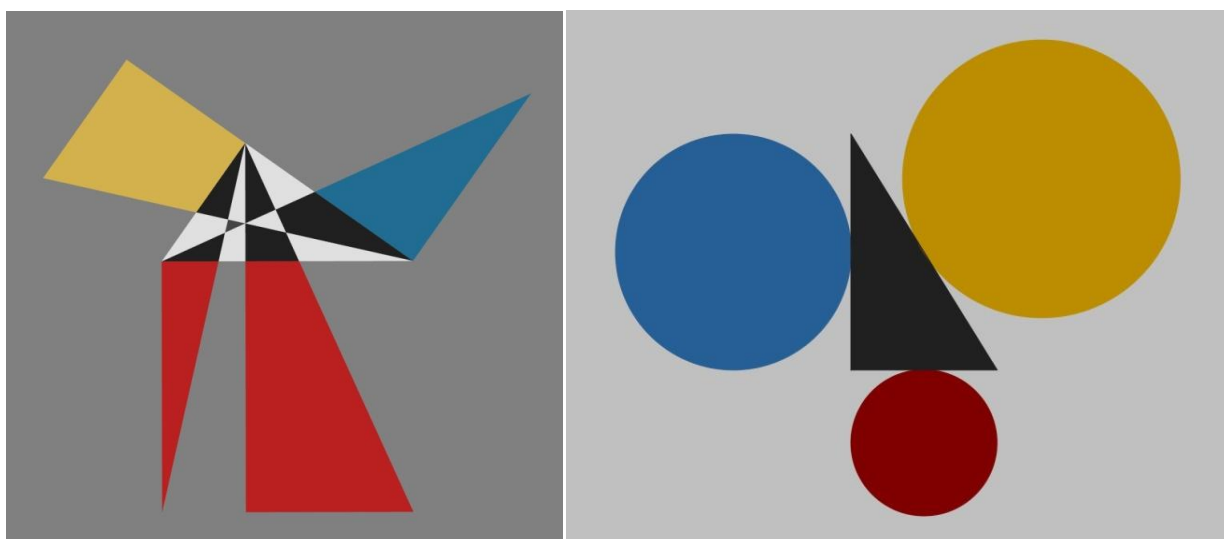
⁹⁹ Van der Warden Bartel Leendert, *Η απόπνιση της Επιστήμης*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2010, σελ. 109.

¹⁰⁰ Heilborn John Lewis, *Geometry Civilized*, [Lewis, *Γεωμετρία του Πολιτισμού*], New York, Oxford, σελ. 148-149.



Εικόνα 6. Το γεωμετρικό σχήμα για την απόδειξη του Πυθαγορείου Θεωρήματος σύμφωνα με την Πρόταση 47 του Βιβλίου Ι του Ευκλείδη.

Στα πλαίσια του προγράμματος οι μαθητές αναδημιούργησαν δύο πίνακες. Ο πρώτος με τίτλο «Η απόδειξη του πυθαγορείου θεωρήματος» είναι του Crocket Johnson, και βασίζεται στο κλασικό σχήμα της απόδειξης του Ευκλείδη (πρόταση 47), όπως αυτό εμφανίζεται στα αρχαία κείμενα και στις μετέπειτα μεταφράσεις τους (εικόνα 7). Ο δεύτερος ανήκει στον σύγχρονο Βρετανό καλλιτέχνη Ronis Varlaam ο οποίος μεταξύ άλλων δημιούργησε και πίνακες εμπνεόμενος από τα μαθηματικά. Οι μαθητές αναπαρήγαγαν στο Geogebra τον πίνακα «Το πυθαγόρειο θεώρημα» το οποίο υπάρχει στην επίσημη ιστοσελίδα του (<http://www.ronisvarlaam.com/>). Ο πίνακας αποτελεί μία επέκταση του πυθαγορείου θεωρήματος, το οποίο πέραν των εμβαδών των τετραγώνων και των κανονικών πολυγώνων που κατασκευάζονται εξωτερικά των πλευρών των ορθογωνίων τριγώνων, εφαρμόζεται επίσης και σε εμβαδά κύκλων με διάμετρο ίση με τις πλευρές του τριγώνου εφαπτόμενων σε αυτές. Ο πίνακας παρουσιάζεται στην εικόνα 8



Εικόνα 7. Η απόδειξη του Πυθαγορείου Θεωρήματος, Crocket Johnson, 1965. Κατασκευή στο Geogebra.

Εικόνα 8. Το Πυθαγόρειο Θεώρημα, Ronis Varlaam, κατασκευή στο Geogebra.

Ο αριθμός π

Ο πιο διάσημος άρρητος αριθμός είναι ο αριθμός π , ο αριθμός δηλαδή που προκύπτει ως ο λόγος του μήκους κάθε κύκλου προς την διάμετρό του. Έχει γοητεύσει καλλιτέχνες και πολλοί μαθηματικοί στην ιστορία έχουν ασχοληθεί μ' αυτόν και τον υπολογισμό των ψηφίων του. Ήδη στη Βίβλο υπάρχουν σχετικές αναφορές, που χρονολογούνται περίπου από το 950 π. Χ., ή κατά άλλες εκτιμήσεις περίπου από το 932-800 π.Χ. Οι αναφορές γίνονται σε δύο σημεία *Βασιλειών Γ'* 7:23 και *Παραλειπομένων Β'* 4:2 και σε αυτές γίνεται λόγος για το θυσιαστήριο που είχε κατασκευαστεί στον ναό του Σολόμωντα, του οποίου ο λόγος της περιφέρειας προς τη διάμετρο ισούται με τριάντα δια δέκα πήχεις, δηλαδή η τιμή του αριθμού π εκτιμάται περίπου στην τιμή 3^{101} (Beckman 1971). Στο παλιότερο σωζόμενο αιγυπτιακό κείμενο για τα μαθηματικά, στον λεγόμενο πάπυρο του Rhind, που βρίσκεται στο Βρετανικό μουσείο, αναφέρεται το πρόβλημα 50, όπου ο συγγραφέας παραθέτει τιμή για το π περίπου 3,16049 που αποτελεί μία εκπληκτική προσέγγιση για την εποχή της. Ανάλογες αναφορές υπάρχουν και σε άλλους αρχαίους πολιτισμούς, όπως π.χ. στη Μεσοποταμία ή και στην Κίνα¹⁰² (Arndt & Haenel 2001).

¹⁰¹ Beckman Petr, *A history of π* , [Petr, *Μία ιστορία του π*], New York, St Martin's Press, 1971, σελ. 15.

¹⁰² Arndt Jorg & Christoph Haenel, *π Unleashed*, [Haenel, *π Απελευθερωμένο*] Berlin, Springer, 2001, σελ. 167.

Ο Αρχιμήδης (287-212 π.Χ.) ήταν εξαιρετικός εφευρέτης, μαθηματικός και φυσικός και θεωρείται η πιο σημαντική φυσιογνωμία των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών¹⁰³ (Χριστιανίδης, 2003). Προσδιόρισε με μία ικανοποιητική για την εποχή του ακρίβεια τον αριθμό π χαράσσοντας κανονικά πολύγωνα, εγγεγραμμένα και περιγεγραμμένα σε κύκλο. Καταλήγοντας σε κανονικά πολύγωνα με 96 πλευρές βρήκε ότι ο αριθμός π βρίσκεται μεταξύ των αριθμών $3\frac{10}{71}$ και $3\frac{10}{70}$ ¹⁰⁴ (Posamentier & Lehmann 2004).

Ο αριθμός συμβολίζεται για πρώτη φορά με το γράμμα π από τον William Jones σε βιβλίο που δημοσίευσε το 1706. Το 18^ο αιώνα ο γερμανός μαθηματικός Johann Heinrich Lambert (1728 – 1777) και ο γάλλος Adrien-Marie Legendre (1752 – 1833) απέδειξαν ότι ο αριθμός π είναι άρρητος (Posamentier & Lehmann, 2004), ενώ τον 19^ο αιώνα ο Carl Louis Ferdinand Lindermann (1852-1939) απέδειξε ότι ο αριθμός π είναι επίσης υπερβατικός, δεν μπορεί δηλαδή να αποτελέσει ρίζα μίας εξίσωσης με ρητούς συντελεστές. Με την απόδειξη αυτή προέκυψε ότι ένα από τα μεγάλα άλυτα προβλήματα της αρχαιότητας, ο τετραγωνισμός του κύκλου, δεν είναι εφικτός με κανόνα και διαβήτη¹⁰⁵ (Katz, 2013). Με την εξέλιξη των μαθηματικών ο αριθμός π υπολογίζονταν με όλο και μεγαλύτερη ακρίβεια. Στο τέλος του 16^{ου} αιώνα ήταν γνωστά τα 30 πρώτα δεκαδικά ψηφία του, στο τέλος του 18^{ου} αιώνα έφτασαν τα 140, ενώ στις μέρες μας με την αλματώδη ανάπτυξη των υπολογιστών και την ανακάλυψη νέων αλγορίθμων υπολογισμού, ο αριθμός των ψηφίων του π έχει φτάσει σε αστρονομικό πλήθος.

Ο François Morellet είναι ένας σύγχρονος γάλλος καλλιτέχνης ο οποίος δημιούργησε σειρά έργων εμπνευσμένων από τον αριθμό π και την ακολουθία των ψηφίων του. Όταν ρωτήθηκε γιατί επέλεξε τα ψηφία του π για τα έργα του είπε μεταξύ άλλων:

«Ναι, βέβαια, οποιαδήποτε ακολουθία ψηφίων, “στην τύχη”, θα μπορούσε να δώσει τύπους διαδρομών αρκετά παρόμοιων μ’ αυτές που δημιουργούνται με τα ψηφία του π . Για παράδειγμα οι αριθμοί ενός τηλεφωνικού καταλόγου που συχνά χρησιμοποιήσα... Αλλά, αφ’ ενός μ’ αρέσει οι σειρές των αριθμών “στην τύχη” που χρησιμοποιώ να είναι ελέγξιμες, ώστε να μην κατηγορηθώ ότι «έκλεψα» για να κάνω «ωραίο», αφ’ ετέρου διασκέδασα τα τελευταία χρόνια διαβάζοντας κάποια έργα για το π , τα δεκαδικά

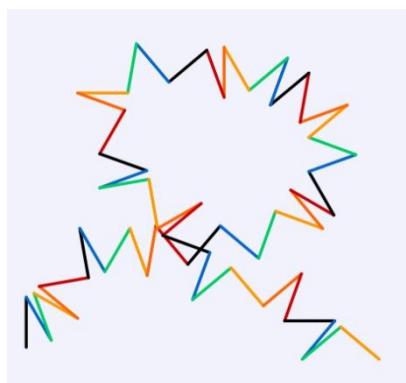
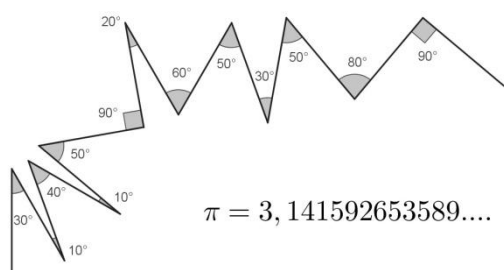
¹⁰³ Χριστιανίδης Γιάννης, *Θέματα από την ιστορία των μαθηματικών*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2003, σελ. 92.

¹⁰⁴ Posamentier Alfred & Lehmann Ingmar, *π A Biography of the World’s Most Mysterious Number, [Ingmar, π Μία Βιογραφία του πιο Μυστήριου Παγκόσμιου Αριθμού]*, New York, Prometheus Books, 2004, σελ. 24.

¹⁰⁵ Katz Victor, *Ιστορία των Μαθηματικών*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013, σελ. 754.

του, και παθιάσθηκα, μάλιστα, με τη σπουδαιότητα που οι μαθηματικοί φιλόσοφοι δίνουν σ' αυτή τη σειρά ψηφίων»¹⁰⁶ (Λυμπεροπούλου, 2011).

Για τη δημιουργία των «διαδρομών του π», σε κάθε ψηφίο του αντιστοιχεί μία γωνία που το μέγεθός της σε μοίρες είναι ανάλογο του αριθμού που εκφράζει το κάθε ψηφίο του αριθμού π (το ψηφίο 0 θεωρείται ότι αντιστοιχεί στον αριθμό 10), με κάποιο συντελεστή αναλογίας. Ο καλλιτέχνης ξεκινά με ένα κάθετο ευθύγραμμο τμήμα και δημιουργώντας διαδοχικές γωνίες που υπολογίζει με βάση τα διαδοχικά ψηφία του π δημιουργεί μία τεθλασμένη γραμμή, μία αέναη διαδρομή όπως την ονομάζει ο ίδιος. Όλα τα ευθύγραμμα τμήματα της τεθλασμένης γραμμής έχουν το ίδιο μήκος, και η γωνία που σχηματίζεται κάθε φορά έχει κορυφή το άκρο της τεθλασμένης γραμμής και φορά σχηματισμού αντίθετη με την φορά της προηγούμενης της. Με την αντιστοίχιση κάθε ψηφίου σε δεκαπλάσια σε μοίρες γωνία π.χ. δημιουργείται για τα πρώτα δέκα τρία ψηφία του π, η τεθλασμένη γραμμή που παρουσιάζεται στην εικόνα 9. Οι μαθητές αναπαρήγαγαν στο πρόγραμμα Geogebra δύο από τους πίνακες του καλλιτέχνη (εικόνες 10 και 11) με τις διαδρομές του π. Στον πρώτο πίνακα η μονάδα αντιστοιχεί σε γωνία 10°, ενώ στον δεύτερο πίνακα η μονάδα αντιστοιχεί σε γωνία 1,5°.



Εικόνα 9. Η τεχνική του Francois Morellet για τις διαδρομές του π, 1=10°.

Εικόνα 10. Pi-color, Francois Morellet, 1=10°, 52 ψηφία, 1999. Κατασκευή στο Geogebra.

Εικόνα 11. Pi-riquant, Francois Morellet, 1=1,5°, 2001. Κατασκευή στο Geogebra.

Η Wisława Szymborska (1923-2012), ήταν Πολωνέζα ποιήτρια που τιμήθηκε για το έργο της με το νόμπελ λογοτεχνίας το 1996. Ανάμεσα στα άλλα ποιήματά της ήταν και ένα για τον αριθμό π. Το ποίημα γράφτηκε στα Πολωνικά μεταφράστηκε όμως σε άλλες γλώσσες. Οι μαθητές με την

¹⁰⁶ Λυμπεροπούλου Λέλα, *Καλλιτέχνες και μαθηματικά*, στα: Πρακτικά 9^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, Αθήνα, 14-16 Απριλίου 2011, σελ. 29-45.

βοήθεια της καθηγήτριας των Γαλλικών μετέφρασαν και απέδωσαν το ποίημα από τη Γαλλική του μετάφραση: (Πηγή: <http://www.francopolis.net/francosemailles/trad-Szymborska-Aaron.html>).

Ο θαυμαστός αριθμός π (της Βισλάβα Σιμπόρσκα)

Τρία κόμμα ένα τέσσερα ένα.

Κάθε δεκαδικός είναι συνάμα ο επόμενος και ο αρχικός

Πέντε εννιά δύο, αφού είναι ένας αριθμός χωρίς τέλος.

Πραγματικά απέραντος για να τον συλλάβεις με μια ματιά

Οχτώ εννιά, με έναν απλό υπολογισμό

Επτά εννιά, με τη φαντασία

Τρία δύο τρία οχτώ, ή με παιχνίδι λέξεων

Πραγματικά απέραντος για να τον συγκρίνεις τέσσερα έξι

Με οτιδήποτε υπάρχει στον κόσμο.

Το πιο μακρύ επίγειο φίδι σταματάει να υπάρχει

Στα σαράντα μέτρα

Το ίδιο, αλλά κάπως πιο μακριά, τα φίδια θρύλων

Το πι με τη συνοδεία του των δεκαδικών

Δε σταματάει στο περιθώριο της σελίδας,

συνεχίζει στο τραπέζι, διασχίζει τον αέρα

τον τοίχο, το φύλλο, τη φωλιά του πουλιού, τα σύννεφα, τον ουρανό

μέχρι έναν θαμπό και χωρίς φόντο παράδεισο.

Δίπλα του η ουρά του κομήτη δεν είναι παρά ουρά ποντικιού

Ακόμα και μια αχτίδα αστεριού λυγίζει κάτω από το βάρος του χώρου.

Αλλά εκείνο, δύο, τρία, δεκαπέντε, τρία, εκατό, δεκαεννιά,

Το νούμερο του τηλεφώνου μου, ο γιακάς σας,

Το έτος χίλια εννιακόσια εβδομήντα τρία, έκτο πάτωμα,

Εξήντα πέντε δεκάρες, αριθμός ενοίκων,

Πύργος ψηλός, δυο δάχτυλα, γρίφος, κωδικός,

Τραγούδι αηδονιού, υπόσχεση αγάπης,

Για πάντα....

Ανώφελο να βιάζεστε μαζί του, δεν θα φτάσετε στο τέλος.

Η γη και ο παράδεισος, αυτά, είναι σχετικά

Αλλά όχι το Πι μας:

Με το πέντε του πάντα τέλεια ευθύ

Το οχτώ του εξάίρετα ωραίο

Και το επτά του που δεν θα είναι ποτέ τελευταίο

Να σπρώχνει με τον αγκώνα αυτή την οκνηρή αιωνιότητα

Για να την αναγκάσει να συνεχίσει.

Επίλογος

Με τον στίχο «Φοβάμαι θα' μαι πάντα μόνος κι έρημος όπως η ρίζα τρία» ξεκινά ένα ποίημα του David Feinberg που αποδόθηκε στα Ελληνικά κατά την υλοποίηση του προγράμματος, ενώ λίγο παρακάτω στο ίδιο ποίημα ο ποιητής παρομοιάζοντας τον εαυτό του με τον άρρητο αριθμό τετραγωνική ρίζα του τρία και εκμεταλλευόμενος την αμφίσημη σημασία της λέξης irrational στα Αγγλικά, αναφέρεται στον «παραλογισμό» και στην ιδιαιτερότητα των άρρητων αριθμών (... *such is my reality, a sad irrationality*). Την ιδιαιτερότητα των άρρητων αριθμών θελήσαμε να προσεγγίσουμε

έναν διαφορετικό τρόπο συνδυάζοντας τα μαθηματικά με την τέχνη, την ιστορία και τον πολιτισμό. Με τον τρόπο αυτό επιδιώχθηκε δύσκολες μαθηματικές έννοιες να διερευνηθούν από τους μαθητές με την εφαρμογή τους στην αναπαραγωγή καλλιτεχνικών έργων με χρήση λογισμικού. Οι μαθητές με τον τρόπο αυτό είχαν εμπειρία πολλαπλών εικονικών αναπαραστάσεων και αναζήτησης μαθηματικών δομών στα καλλιτεχνικά έργα με τα οποία ασχολήθηκαν. Οι μαθητές επίσης είχαν την ευκαιρία να συνδέσουν τα μαθηματικά με τον πολιτισμό, να τοποθετήσουν τα μαθηματικά στην ιστορική, πολιτιστική και κοινωνική τους διάσταση και να αναγνωρίσουν τα μαθηματικά ως μία δραστηριότητα μέσω της οποίας μπορούμε να ερμηνεύσουμε καλλιτεχνικά έργα και τον κόσμο γύρω μας γενικότερα.

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ την κ. Τασούλα Καββαδά για την πολύτιμη βοήθεια της στην μετάφραση και απόδοση του ποιήματος της Βισλάβα Σιμπόρσκα.

Βιβλιογραφία

Arndt Jorg & Christoph Haenel, *π Unleashed*, [Haenel, *π Απελευθερωμένο*] Berlin, Springer, 2001, 270 σελ.

Avital Shmuel, *History of Mathematics Can Help Improve Instruction and Learning*, [Shmuel, *Η Ιστορία των Μαθηματικών Μπορεί να Βοηθήσει στη Βελτίωση της Διδασκαλίας και της Μάθησης*] στο: Swetz Frank; Fauvel John.; Bekken Otto, Johansson Bengt, Katz Victor (Eds.). *Learn from the Masters*, The Mathematical Association of America, Washington, 1995, σελ. 3-12.

Bagni, Giorgio, *Mathematics, Art, and Interpretation: A Hermeneutic Perspective*, [Giorgio, *Μαθηματικά, Τέχνη και Ερμηνεία: Μία Ερμηνευτική Προοπτική*], στο: Capecchi Vittorio, Buscema Massimo, Contucci Pierluigi, D'Amore Bruno (Eds.), *Applications of Mathematics in Models, Artificial Neural Networks and Arts*, Dordrecht, Springer, 2010, σελ. 477-484.

Barnett, Janet Heine, *Anomalies and the Development of Mathematical Understanding*, [Heine, *Αταξίες και η Ανάπτυξη της Μαθηματικής Κατανόησης*], στο: Katz, Victor (Ed.) *Using History to teach Mathematics: An International Perspective*, MAA Notes (No 51), 2000, σελ. 77-88.

Beckman Petr, *A history of π*, [Petr, *Μία ιστορία του π*], New York, St Martin's Press, 1971, 202 σελ.

Borwein Jonathan, *Aesthetics for the Working Mathematician*, [Jonathan, *Αισθητική για τον Δρώντα Μαθηματικό*], στο Nathalie Sinclair, David Pimm and William Higginson (Eds.), *Mathematics and the Aesthetic, New Approaches to an Ancient Affinity*, New York, Springer, 2006, σελ. 21-40.

Brinkmann Astrid, *Mathematical Beauty and its Characteristics – A study on the Students' Points of View*, [Astrid, *Η Μαθηματική Ομορφιά και τα Χαρακτηριστικά της*], στο The Montana Mathematics Enthusiast, 2009, τόμος 6 (3), σελ. 365-380.

Cucker Felipe, *Manifold Mirrors. The Crossing Paths of the Arts and Mathematics*, [Felipe, *Πολλαπλοί Καθρέπτες. Οι Διασταυρούμενες Διαδρομές της Τέχνης και των Μαθηματικών*], New York, Cambridge University Press, 2013, 416 σελ.

Dunham Douglas, *M.C. Escher's Use of the Poincare Models of Hyperbolic Geometry*, [Douglas, *Η Χρήση από τον M.C. Escher του Μοντέλου του Poincare της Υπερβολικής Γεωμετρίας*], στο: Bruter Glaude (Ed.), *Mathematics and Modern Art, Proceedings of the First ESMA Conference*, Paris, Springer, 2010, σελ. 69-78.

Gray Jeremy, *Modernism in mathematics*, [Jeremy, *Μοντερνισμός στα Μαθηματικά*], στο: Robson Eleanor & Stedall Jacqueline (Eds), *The Oxford Handbook of the History of Numbers*, Chippenham, Oxford University Press, 2009, σελ. 663-686.

Grugnetti Lucia & Rogers Leo, *Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues*, [Leo, *Φιλοσοφικά, πολυπολιτισμικά και διεπιστημονικά ζητήματα*], στο: Fauvel John & Mannen Jan van (Eds.), *History in Mathematics education: the ICMI study*, Dordrecht, Kluwer, 2000, σελ. 39-62.

Ελληνιάδου Έλενα, Κλεφτάκη Ζωή & Μπαλκίζας Νικόλαος, *Η συμβολή των παιδαγωγικών προσεγγίσεων στην κατανόηση του φαινομένου της μάθησης*, Πανεπιστημιακό Κέντρο Επιμόρφωσης (ΠΑ.Κ.Ε.) Αθήνας, 2008, 69 σελ.

Heilborn John Lewis, *Geometry Civilized*, [Lewis, *Γεωμετρία του Πολιτισμού*], New York, Oxford, 327 σελ.

Ifrah Georges, *The Universal History of Numbers*, [Georges, *Η Καθολική Ιστορία των Αριθμών*], New York, John Wiley & Sons, 2000/1981, 656 σελ.

Jahnke Hans Niels, *History in Mathematics Education. A Hermeneutic Approach*, [Niels, *Η Ιστορία στη Μαθηματική Εκπαίδευση. Μία Ερμηνευτική Προσέγγιση*], στο: Fried Michael & Dreyfus Tommy (Eds.),

Mathematics & Mathematics Education: Searching the Common Ground, New York, Springer, 2014, σελ. 75-88.

Jensen Henrik *Jeldtoft*, *Mathematics and painting*, [*Jeldtoft*, *Μαθηματικά και ζωγραφική*], στο: *Interdisciplinary Science Review*, 2002, τόμος 27 (1), σελ. 45-49.

Kapraff Jay, *Connections, The geometric bridge between art and science*, [*Jay*, *Διασυνδέσεις, Η γεωμετρική γέφυρα μεταξύ τέχνης και επιστήμης*], Singapore, World Scientific, 1991/1990, 519 σελ.

Katz Victor, *Ιστορία των Μαθηματικών*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013, 998 σελ.

Loomis Elisha Scott, *The Pythagorean Proposition*, [*Scott*, *Η Πυθαγόρεια Πρόταση*], National Council of Teachers of Mathematics, USA, 1972/1940, 326 σελ.

Loria Gino, *Ιστορία των Μαθηματικών, Τόμος I*, Αθήνα, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, 1978, 446 σελ.

Lloyd Geoffrey Ernest Richard, *Αρχαία Ελληνική Επιστήμη, Από τον Θαλή στον Αριστοτέλη*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2008, 158 σελ.

Λυμπεροπούλου Λέλα, *Καλλιτέχνες και μαθηματικά*, στα: Πρακτικά 9^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών, Αθήνα, 14-16 Απριλίου 2011, σελ. 29-45.

Maor Eli, *The Pythagorean Theorem, a 4,000-year history*, [*Eli*, *Το Πυθαγόρειο Θεώρημα, μία ιστορία 4.000 χρόνων*], USA, Princeton University Press, 2007, 260 σελ.

Moreno-Armella Luis & Sriraman Bharath, *Symbols and Mediation in Mathematics Education*, [*Bharath*, *Σύμβολα και Μεσολάβηση στη Μαθηματική Εκπαίδευση*], στο: Sriraman Bharath & English Lyn (Eds.), *Theories of Mathematic Education*, Seekinh New Frontiers, Hedelberg, Springer, 2010, σελ. 213-232.

Μπαλής Στέφανος, *Μαθηματικά και ποίηση*, Από τον Αρχιμήδη στον Ελύτη, Θεσσαλονίκη, Νησίδες, 2001, 102 σελ.

Posamentier Alfred & Lehmann Ingmar, *π A Biography of the World's Most Mysterious Number*, [*Ingmar*, *π Μία Βιογραφία του πιο Μυστήριου Παγκόσμιου Αριθμού*], New York, Prometheus Books, 2004, 324 σελ.

Presmeg Norma, *Semiotics in Mathematics Education*, [*Norma, Σημειωτική στην Μαθηματική Εκπαίδευση*], στο: Lerman Stephen (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*, New York, Springer, 2010, σελ. 538-541.

Radford Luis, *Reflections of History of Mathematics: History of Mathematics and Mathematics Education*, [*Luis, Αντικατοπτρισμοί της Ιστορίας των Μαθηματικών: Ιστορία των Μαθηματικών και Μαθηματική Εκπαίδευση*], στο: Fried Michael & Dreyfus Tommy (Eds.), *Mathematics & Mathematics Education: Searching the Common Ground*, New York, Springer, 2014, σελ. 89-109.

Reys Robert; Lindquist Mary, Lambdin, Diana & Smith Nancy, *Helping Children Learn Mathematics*, [*Nancy, Βοηθώντας τα Παιδιά να Μάθουν Μαθηματικά*], 9th Edition, USA, John Wiley & Sons, 2009, 531 σελ.

Sinclair Natalie, *Aesthetic Considerations in Mathematics*, [*Natalie, Θεωρήσεις της Αισθητικής στα Μαθηματικά*], στο: *Journal of Humanistic Mathematics*, 2011, τόμος 1 (1), σελ. 2-32.

Sirotic Natasa and Zazkis Rina, *Irrational numbers on the number line – where are they?*, [*Rina, Άρρητοι αριθμοί στην αριθμογραμμή – πού βρίσκονται;*], στο: *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, τόμος 38(4), 2007, σελ. 477-488.

Τζανάκης Κωνσταντίνος, *Η αξιοποίηση των σχέσεων μεταξύ Ιστορίας των Μαθηματικών και Μαθηματικής Εκπαίδευσης: Συζήτηση με τα υπέρ και τα κατά βάσει της διεθνούς εμπειρίας*, στο: *Επιστημονική Ένωση για τη Διδακτική των Μαθηματικών, Αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών στη διδασκαλία των Μαθηματικών*, Θεσσαλονίκη, Εκδόσεις Ζήτη, 2009, σελ. 17-39.

Van der Warden Bartel Leendert, *Η απόπνιση της Επιστήμης*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2010, 370 σελ.

Χασάπης Δημήτριος, *Μαθηματικά & Τέχνες στην Εκπαίδευση: Αναζητώντας κοινούς τόπους*, στα: *Πρακτικά 9^{ου} Δημέρου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, Αθήνα, 14-16 Απριλίου 2011, σελ. 13-28.

Χριστιανίδης Γιάννης, *Θέματα από την ιστορία των μαθηματικών*, Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2003, 194 σελ.

Ε

ΙΣΗΓΗΣΗ 5η

«Διδασκαλία μη παρατηρήσιμων Φυσικών Φαινομένων μέσα από την Τέχνη»

Ανάργυρος Δρόλαπας, Εκπαιδευτικός Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, Φυσικός Ραδιοηλεκτρολόγος (ΠΕ12.10), Υποψήφιος Διδάκτωρ στο Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης του ΕΚΠΑ.

Ουρανία Γκικοπούλου, Εκπαιδευτικός Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης, Δασκάλα (ΠΕ70), Μεταδιδακτορική Ερευνήτρια του ΕΚΠΑ.

Περίληψη

Η διδασκαλία μη-παρατηρήσιμων φυσικών φαινομένων αποτελεί πάντα μια πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς των θετικών επιστημών. Οι θιασώτες των νέων τεχνολογιών χρησιμοποιούν προσομοιώσεις/οπτικοποιήσεις, άλλοι πιο «παραδοσιακοί» ζωγραφιές, σχέδια, εικονικές αναπαραστάσεις. Όλοι πάντως προσπαθούν να προσεγγίσουν τη διδασκαλία αυτών των θεματικών με ποιοτικούς και ποσοτικούς περιορισμούς σε ό,τι έχει να κάνει με το διαθέσιμο εκπαιδευτικό υλικό και με τον κίνδυνο να γίνουν οι μαθητές παθητικοί θεατές ενός «φανταστικού κόσμου». Ως εναλλακτική της παθητικής παρουσίασης των μη παρατηρήσιμων φυσικών φαινομένων στην παρούσα εργασία, προτείνεται η ενεργητική συμμετοχή των μαθητών στη σχεδίαση και δημιουργία αναπαραστάσεων των φυσικών φαινομένων από τους ίδιους τους μαθητές/φοιτητές. Η σχεδίαση σχημάτων, στιγμιότυπων και η προσπάθεια περιγραφής αυτών των φυσικών φαινομένων μέσα από ένα σχέδιο στο χαρτί, μπορεί να αποτελέσει ένα πολύτιμο εκπαιδευτικό εργαλείο δεδομένου ότι:

- Αυξάνει τη συμμετοχικότητα των μαθητών ειδικά σε αλληλεπιδραστικές διερευνητικές επιστημονικές / εκπαιδευτικές μεθοδολογίες.
- Βοηθάει στο να προσδιοριστεί η αντίληψη και η ικανότητα μετασχηματισμού των γνώσεων του μαθητή καθώς και ο βαθμός αντίληψης συγκεκριμένων συμβάσεων που χρησιμοποιούμε σε διάφορες απεικονίσεις.
- Διαπιστώνουν όσοι το επιχειρούν ότι όπως ο επιστημονικός λόγος πρέπει να είναι σαφής και τεκμηριωμένος, έτσι και μια (ανα)παράσταση θα πρέπει να είναι συνεπής, σαφής και φειδωλή.

Στην πιο πάνω λογική, η παρούσα εργασία, έρχεται να προτείνει την τέχνη προκειμένου να επιτευχθεί η ενεργοποίηση των μαθητών, αλλά και για να ξεπεραστούν δυσκολίες στην κατανόηση εννοιών που σχετίζονται με τα μη παρατηρήσιμα φαινόμενα. Ο κινηματογράφος, η φωτογραφία και η ζωγραφική καλούνται να παίξουν ενεργό ρόλο συμπαρασύροντας τους μαθητές και διευκολύνοντας τις εκφραστικές τους ικανότητες. Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας ήταν ενθαρρυντικά στους προπτυχιακούς φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του ΕΚΠΑ, που έγιναν αποδέκτες της παρούσας διδακτικής πρότασης.

Εισαγωγή

Είναι συχνό φαινόμενο στις θετικές επιστήμες να καλούμαστε να διδάξουμε θεματικές/φαινόμενα που δεν είναι δυνατόν να παρατηρηθούν (κατά τη διάρκεια της εξέλιξης τους) με τις αισθήσεις μας. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα στη Φυσική είναι η ατομική - μοριακή θεωρία. Μια θεωρία που συγκαταλέγεται, σύμφωνα με τους Wisser & Smith¹⁰⁷, στις πιο σημαντικές επιστημονικές θεωρίες της ανθρωπότητας, και θεωρείται εξίσου σημαντική με την εξελικτική θεωρία του Δαρβίνου. Η χρήση υψηλού επιπέδου νοητικών κατασκευασμάτων, όπως είναι δηλαδή τα νοητικά μοντέλα, που στοχεύουν στην αναπαράσταση δομών (αντικειμένων ή και γενικότερα της ύλης), θεωριών ή/και πεποιθήσεων είναι μια πιθανή λύση. Παρότι χρησιμοποιούνται όμως κατά κόρον διεθνώς, αλλά και στην ελληνική δευτεροβάθμια εκπαίδευση, (π.χ. το ατομικό πρότυπο του Bohr) παρατηρείται αδυναμία από τους μαθητές, αλλά και τους φοιτητές πολλές φορές στο να περιγράψουν τη δομή της ύλης καθώς και το χημικό δεσμό μεταξύ ατόμων σε μικροσκοπικό επίπεδο^{108,109}. Η χρήση κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας εικόνων/οπτικοποιήσεων/προσομοιώσεων καθώς και η δημιουργία οπτικοποιήσεων από την πλευρά των εκπαιδευομένων τους βοηθάει να συνειδητοποιήσουν ότι τα μοντέλα έχουν ιδιότητες και παρέχουν πληροφορίες για την εκάστοτε θεματική, δεν είναι απλές αναπαραστάσεις².

Στο πλαίσιο παλιότερης ποσοτικής έρευνας, που είχε στόχο τη σύγκριση προτεινόμενων ατομικών προτύπων με βάση το ποσοστό αποδοχής τους από φοιτητές/μελλοντικούς εκπαιδευτικούς³

¹⁰⁷ Wisser, M., & Smith, C. *Teaching about matter in grades K-8: When should the atomic- molecular theory be introduced?* In S. Vosniadou (Ed.), *International Handbook of Research on Conceptual Change*, New York / London: Routledge Taylor and Francis Group, 2008, σελ. 205–240.

¹⁰⁸ Deratzou, Susan, Sheila R. Vaidya, and Drexel University. *A Qualitative Inquiry into the Effects of Visualization on High School Chemistry Students' Learning Process of Molecular Structure*, Philadelphia, Pa.: Drexel University, 2006.

¹⁰⁹ Δρόλαπας, Α., Καλκάνης, Γ. *Αναζήτηση ενός εκπαιδευτικού μοντέλου του ατόμου για την προσομοίωση / οπτικοποίηση φυσικών φαινομένων*, Πρακτικά 7ου Πανελλήνιου Συνεδρίου ΚοΔιΦΕΕΤ Διδακτικής Φυσικών Επιστημών και Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση, Αλεξανδρούπολη, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, 2011, σελ. 749-757.

αναδείχθηκε μια εν γένει δυσκολία κατανόησης, από τους συμμετέχοντες, της έννοιας του στιγμιότυπου. Και συγκεκριμένα της σχεδίασης στιγμιότυπων –φυσικών φαινομένων (οπτικοποίηση) που εξελίσσονται σε μικροσκοπικό επίπεδο- για διαδοχικές χρονικές στιγμές. Συγκεκριμένα η δυσκολία επικεντρωνόταν στο γεγονός ότι έπρεπε να λάβουν υπόψη τους την παράμετρο του χρόνου κατά την περιγραφή της εξέλιξης ενός φαινομένου, καθώς και στο να αποτυπωθεί ότι η ύλη βρίσκεται σε μια διαρκή κίνηση. Ο τρόπος παρουσίασης μη παρατηρήσιμων φυσικών φαινομένων μέσα από στιγμιότυπα σχεδιασμένα στο χαρτί, αποτελούσε, για την έρευνά μας ισχυρό διαγνωστικό γνωσιακό εργαλείο.

Σκοπός λοιπόν της παρούσας έρευνας είναι να διερευνηθεί μέσα από την εφαρμογή εναλλακτικών τρόπων διδασκαλίας και διδακτικών τεχνικών που χρησιμοποιούν την τέχνη, αν μπορεί να γίνει πιο προσιτή και πιο αποδοτική η σχεδίαση στιγμιότυπων από τους μαθητές ως μέσο παρουσίασης των ιδεών και των απόψεων τους σχετικά με μη παρατηρήσιμα φυσικά φαινόμενα.

1. Θεωρητικό πλαίσιο

Η σχεδίαση στιγμιότυπων μπορεί να αποτελέσει ένα πολύτιμο εκπαιδευτικό εργαλείο ευρύτερα στην εκπαίδευση, καταρχάς επειδή αυξάνει τη συμμετοχικότητα των μαθητών, ειδικά όταν πρόκειται για αλληλεπιδραστικές διερευνητικές επιστημονικές/εκπαιδευτικές μεθοδολογίες. Βοηθάει επίσης στο να προσδιοριστεί η αντίληψη και η ικανότητα μετασχηματισμού των γνώσεων του μαθητή καθώς και ο βαθμός αντίληψης συγκεκριμένων συμβάσεων που χρησιμοποιούμε σε διάφορες απεικονίσεις, όπως για παράδειγμα μια γραμμή σε ένα γράφημα ή μια εικόνα/μοντέλο σε μια προσομοίωση. Διαπιστώνουν όσοι το επιχειρούν ότι, όπως ο επιστημονικός λόγος πρέπει να είναι σαφής και τεκμηριωμένος, έτσι και μια (ανά)παράσταση θα πρέπει να είναι συνεπής, σαφής και φειδωλή. Χαρακτηριστικά που αναζητούμε ουσιαστικά και σε ένα κείμενο μιας εργασίας. Όταν φτάνει η στιγμή δε να μελετηθούν αυτά τα σκίτσα/σχέδια, είτε σε ομάδες, είτε στην ολομέλεια, ανταλλάσσονται απόψεις, διατυπώνονται υποθέσεις και συμπεράσματα με αποτέλεσμα ο εκάστοτε εκπαιδευτικός να μπορεί να εντοπίσει απορίες ή εσφαλμένες αντιλήψεις που πιθανόν να μην ανακάλυπτε με άλλον τρόπο¹¹⁰.

Οι οπτικοποιήσεις φυσικών φαινομένων με χρήση προσομοιώσεων, video, εικόνων και διαγραμμάτων αδιαμφισβήτητα μπορούν να συνεισφέρουν στην εκπαιδευτική διαδικασία. Είναι άλλωστε κάτι που προωθούν οι σύγχρονες επιμορφώσεις των εκπαιδευτικών, όταν όμως η παρακολούθησή των video,

¹¹⁰ Ainsworth, S., Prain, V. & Tytler, R. *Drawing to Learn in Science*, Science Magazine, 2011, τεύχος 333, σελ. 1096 – 1097.

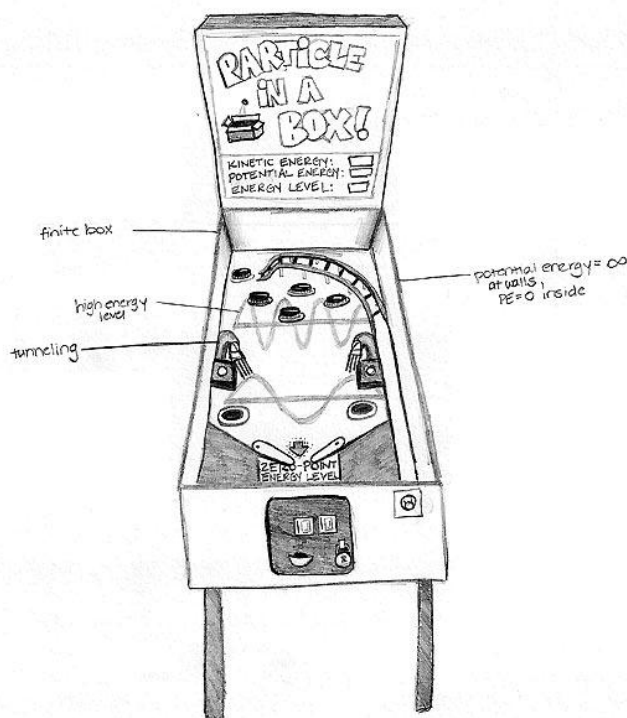
οπτικοποιήσεων, γίνεται παθητικά από τους μαθητές, τα αποτελέσματα της διδασκαλίας δεν είναι τα αναμενόμενα, κι αυτό αποκαλύπτεται, όταν ζητηθεί από τους μαθητές να αναπαραστήσουν ή να αναπαραγάγουν όσα παρακολούθησαν σε μια δική τους οπτικοποίηση¹¹¹.

Πέρα όμως από την ενεργητική χρήση των σχεδίων των μαθητών στην εκπαιδευτική διαδικασία, απλά και μόνο η χρήση της τέχνης στην εκπαιδευτική διαδικασία μπορεί να προσελκύσει το ενδιαφέρον των εκπαιδευομένων, κυρίως επειδή απέχει από τον συνηθισμένο τρόπο διδασκαλίας των φυσικών επιστημών¹¹². Η παρουσίαση έργων τέχνης στο πλαίσιο της ερμηνείας φυσικών φαινομένων και η προσπάθεια στη συνέχεια της σχεδίασης στιγμιοτύπων, αποτελεί έναν εν δυνάμει καλλιτεχνικό τρόπο έκφρασης, επιτρέπει στους μαθητές να αντιμετωπίσουν τις έννοιες με μεγαλύτερη ενσυναίσθηση, αναπτύσσοντας νέες νοητικές συνδέσεις και συσχετίσεις. Είναι άλλωστε λογικό, όταν αναφερόμαστε σε φαινόμενα που δε μπορούν να παρατηρήσουν οι φοιτητές με τις αισθήσεις τους, αλλά που πρέπει να δραστηριοποιήσουν τη φαντασία τους. Σε έρευνα των Edens & Potter¹¹³ οι μαθητές που είχαν τη δυνατότητα να ζωγραφίσουν έννοιες που σχετίζονταν με την διατήρηση της ενέργειας, παρουσίασαν καλύτερα αποτελέσματα από μαθητές που εκφράζονταν μόνο μέσω προφορικών περιγραφών.

¹¹¹ Hoffmann, C. and Wittmann, B. *Introduction: Knowledge in the Making: Drawing and Writing as Research Techniques*, Science in Context, 2013, τεύχος 26, σελ. 203-213.

¹¹² Greene, M. *Variations on a Blue Guitar: The Lincoln Center Institute Lectures on Aesthetic Education*, New York, NY, Teachers College Press, Columbia University, 2001

¹¹³ Edens, K. M., & Potter, E. *Using Descriptive Drawings as a Conceptual Change Strategy in Elementary Science*, School Science and Mathematics, 2003, τόμος 103, τεύχος 3, σελ. 135-144



Εικόνα 1: Σχέδιο φοιτητή που προσπαθεί να εξηγήσει το πηγάδι δυναμικού και το φαινόμενο σήραγγας πηγή: www.picturingtolearn.org

Μια ενδεικτική εφαρμογή που σχετίζεται με όσα αναφέρθηκαν πιο πάνω είναι το πρόγραμμα “Picturing to Learn”, στο οποίο φοιτητές από διάφορα πανεπιστήμια της Αμερικής (όπως τα Harvard, MIT, Duke University and Roxbury Community College) προσπαθούν μέσα από σχέδια στο χαρτί, να εξηγήσουν μη παρατηρήσιμα φυσικά φαινόμενα σε μαθητές λυκείου. Τα σχέδια αυτά αποθηκεύονται διαδικτυακά (www.picturingtolearn.org – Εικόνα 1) προκειμένου να είναι στη διάθεση οποιουδήποτε θελήσει να παρουσιάσει ένα φαινόμενο με τη χρήση ενός έτοιμου σχεδίου ή (από την πλευρά των εκπαιδευτικών) να καταγράψει επαναλαμβανόμενα εσφαλμένες ερμηνείες θεωριών και φυσικών φαινομένων. Οι μαθητές εξοικειώνονταν στο να υποστηρίζουν την άποψή τους χρησιμοποιώντας πολλαπλές αναπαραστάσεις, με τρόπο που να επαυξάνει η επικοινωνία μεταξύ τους και να επιτυγχάνεται η αποδοτικότερη χρήση των νοητικών μοντέλων που χρησιμοποιούμε στις φυσικές επιστήμες.

2. Μεθοδολογία

Στην παρούσα έρευνα στόχος μας είναι η ανάπτυξη μιας μεθοδολογίας που θα διευκολύνει τη δημιουργία και σύνθεση στιγμιότυπων από τους φοιτητές/μαθητές με τρόπο που να συνεισφέρει στην ερμηνεία μη παρατηρήσιμων φυσικών φαινομένων σε μικροσκοπικό επίπεδο.

Η ταυτότητα της έρευνας

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε με τη συμμετοχή πενήντα (50) φοιτητών του Παιδαγωγικού Τμήματος του ΕΚΠΑ στο πλαίσιο του εργαστηρίου Φυσικών Επιστημών που παρακολουθούν υποχρεωτικά. Η δειγματοληψία μπορεί να χαρακτηριστεί βολική (δεδομένου ότι αφορά μόνο φοιτητές του συγκεκριμένου τμήματος) και η επιλογή αυτή τεκμηριώνεται από το ότι α) οι φοιτητές επιλέχθηκαν τυχαία από το σύνολο των φοιτητών της σχολής, β) αποτελούσαν ένα ενδεικτικό σύνολο φοιτητών παιδαγωγικού τμήματος που σύντομα θα ενίσχυναν το εκπαιδευτικό δυναμικό της χώρας. Ως μέθοδος έρευνας χρησιμοποιήθηκε η ποσοτική έρευνα και ως εργαλεία συλλογής δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν δομημένα ερωτηματολόγια (τα ίδια και για τις δύο ομάδες). Στο στάδιο της προ-έρευνας το ερωτηματολόγιο αποτελούνταν μόνο από ερωτήσεις κλειστού τύπου (πολλαπλής επιλογής κλπ), ενώ το ερωτηματολόγιο της κύριας έρευνας αποτελούνταν από ερωτήσεις ανοιχτού τύπου όπου οι απαντήσεις ήταν τα σχέδια / στιγμιότυπα των φοιτητών. Τα ερωτηματολόγια ήταν ανώνυμα κι αυτό επιλέχθηκε προκειμένου να υπάρχει μια αντικειμενική ουδετερότητα μεταξύ ερευνητή και συμμετεχόντων προκειμένου να καταγραφούν οι αντιλήψεις των φοιτητών χωρίς περιορισμούς.

Ερευνητική διαδικασία

Αρχικά πραγματοποιήθηκε προ-έρευνα με ένα σύντομο διαγνωστικό εργαλείο (ερωτηματολόγιο) που με κλειστού τύπου ερωτήματα (σχετικά με τη δομή του ατόμου και τη δομή στερεών, υγρών και μετάλλων) χωρίσαμε τους φοιτητές σε δύο ισοδύναμες ομάδες των 25 φοιτητών (Ομάδες ελέγχου και πειραματισμού). Οι ομάδες στη συνέχεια χωρίστηκαν σε ισοδύναμες υπο-ομάδες των πέντε φοιτητών έκαστη. Σε κάθε μια από αυτές έγινε μια σύντομη παρουσίαση-υπενθύμιση σχετικά με τη δομή του ατόμου (με τη χρήση διαφόρων ατομικών προτύπων), τη δομή των στερεών-υγρών-αερίων καθώς και τη στοιχειώδη δομή ενός μετάλλου με ελεύθερα ηλεκτρόνια, εντός και εκτός διαφοράς (ηλεκτρικού) δυναμικού. Η διάρκεια της κάθε παρουσίασης ήταν 20-25 λεπτά. Στην παρουσίαση (της ομάδας ελέγχου) χρησιμοποιήθηκαν μόνο εικόνες από σχολικά βιβλία και πανεπιστημιακά συγγράμματα. Εικόνες δηλαδή που συνήθως χρησιμοποιούνται για τις θεματικές που παρουσιάστηκαν. Χρησιμοποιήθηκαν παράλληλα και προσομοιώσεις/οπτικοποιήσεις για κάθε ένα από τα ατομικά πρότυπα που θα χρησιμοποιούσαν οι φοιτητές (ως μοντέλο) προκειμένου να γίνει περισσότερο αντιληπτό τι αντιπροσωπεύει και πως παρουσιάζει τα υποατομικά σωματίδια. Στη συνέχεια οι

συμμετέχοντες συμπλήρωσαν ένα ερωτηματολόγιο στο οποίο τους ζητήθηκε να σχεδιάσουν 8 στιγμιότυπα για κάθε ένα από τα τρία ατομικά πρότυπα που χρησιμοποιήθηκαν (Πίνακας 1). Τα στιγμιότυπα αφορούσαν τη μικροσκοπική δομή στερεών-υγρών-αερίων για δύο διαδοχικές χρονικές στιγμές καθώς και το εσωτερικό ενός μετάλλου το οποίο βρίσκεται εντός και εκτός διαφοράς ηλεκτρικού δυναμικού). Η διαδικασία ολοκληρώθηκε με ατομικές συνεντεύξεις προκειμένου να αποσαφηνιστούν τα σχέδια και οι συμβολισμοί που υιοθέτησαν οι φοιτητές. Στόχος των ερευνητών ήταν να καταγραφεί αν τα σχέδια που είχαν συμπληρώσει οι φοιτητές ήταν σύμφωνα ή απέκλιναν από τις αρχές και τους νόμους της Φυσικής που αναφέρονται στο συγκεκριμένο φαινόμενο. Μέσα από τις συνεντεύξεις με τους φοιτητές γινόταν σαφές αν η αιτία που οδηγούσε έναν συμμετέχοντα στο να σχεδιάσει ένα σχέδιο που απέκλινε από το αναμενόμενο, ήταν η γενικότερη δυσκολία του στο να σχεδιάζει το οτιδήποτε ή οφειλόταν σε μια πιθανώς εσφαλμένη αντίληψη που είχε για το φαινόμενο.



Εικόνα 2: The Garden of Earthly Delights (λεπτομέρεια)

Αντίστοιχη διαδικασία ακολουθήθηκε και για την ομάδα πειραματισμού με μόνη διαφορά ότι στην εισαγωγική παρουσίαση χρησιμοποιήθηκαν κατά κόρον έργα τέχνης κατ' αναλογία με τα φαινόμενα στα οποία αναφερόταν η παρουσίαση προκειμένου οι συμμετέχοντες να εξοικειωθούν με την έννοια

του στιγμιότυπου. Για παράδειγμα, μια λεπτομέρεια του ζωγραφικού έργου *The Garden of Earthly Delights* του Hieronymus Bosch (Εικόνα 2) χρησιμοποιήθηκε, για να παρουσιαστούν οι στοιβάδες που κινούνται τα ηλεκτρόνια γύρω από ένα άτομο (πρότυπο Bohr) και πώς θα μπορούσε να παρασταθεί ένα ατομικό πρότυπο σε στιγμιότυπα δύο διαδοχικών χρονικών στιγμών. Στη λεπτομέρεια του πίνακα της Εικόνας 2 παρουσιάζεται το σκηνικό μιας γιορτής, όπου σειρές από άλογα (που τα ιππεύουν αντρικές μορφές -) κινούνται κυκλικά γύρω από το κέντρο ενός κύκλου, όπου υπάρχει μια λίμνη στην οποία φαίνεται να βρίσκονται διαφόρων χρωμάτων και σε διαφορετικούς συνδυασμούς άλλες γυναικείες μορφές. Η συζήτηση επικεντρώνεται στο πώς θα μεταβαλλόταν η συγκεκριμένη εικόνα σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές.

Αντίστοιχα, ένα απόσπασμα από το φιλμ *Topic I* του Pascal Baes (Εικόνα 3) και μια φωτογραφία του Alexey Titarenko (Εικόνα 4) χρησιμοποιήθηκαν για την παρουσίαση της αρχής της αβεβαιότητας.



Εικόνα 3: *Topic I* (στιγμιότυπα)

Η ταχύτητα μετακίνησης ενός ανθρώπου κατά τη διάρκεια λήψης μιας φωτογραφίας καθορίζει και το πόσο ξεκάθαρη θα είναι θέση του στην εικόνα. Όταν αρχίζει να κινείται με μεγάλη ταχύτητα, η εικόνα του γίνεται συγκεχυμένη. Πάνω σε αυτές τις εικόνες γίνεται ιδιαίτερη αναφορά και όταν οι φοιτητές έπρεπε να χρησιμοποιήσουν ένα ατομικό πρότυπο που σχετιζόταν με το ατομικό πρότυπο του Schrödinger, όπου η πυκνότητα πιθανότητας της θέσης του ηλεκτρονίου συνδεόταν με την κουνημένη εικόνα ενός προσώπου τα χαρακτηριστικά του οποίου «χάνονται», αλλά ορίζεται μια περιοχή την οποία καλύπτει με την κίνηση του. Όμοια στην Εικόνα 4 η σύγκριση βεβαιότητας θέσης σε σχέση με την ταχύτητα επικεντρώνεται στις ακαθόριστες μορφές των ανθρώπων σε σχέση με τα ευδιάκριτα χέρια πάνω στα κάγκελα.



Εικόνα 4: City of shadows

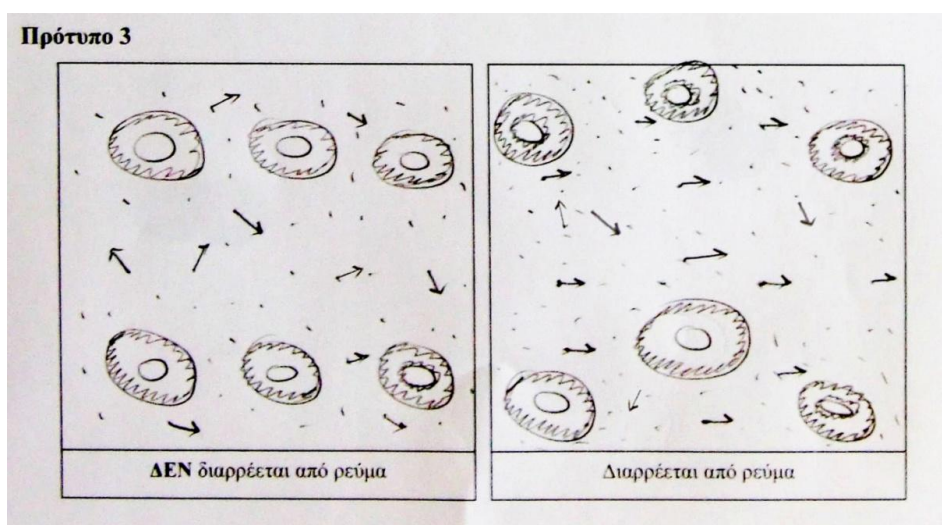
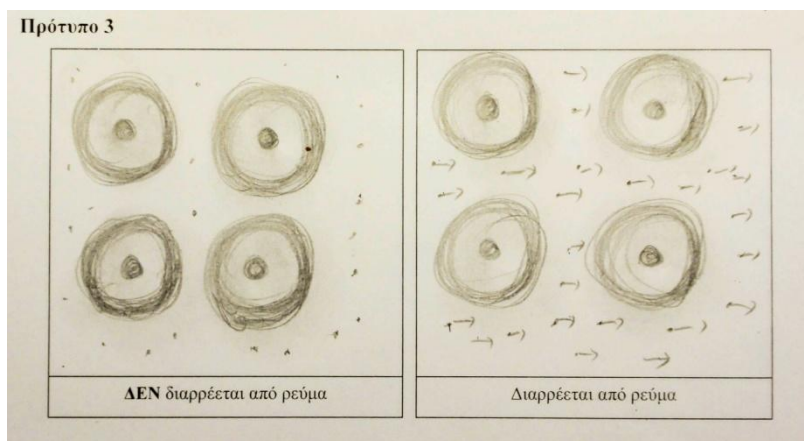
Στο τελικό στάδιο της έρευνας (μια βδομάδα μετά) ζητήσαμε από τους φοιτητές να συμπληρώσουν ξανά το ερωτηματολόγιο της προ έρευνας και επιπλέον τους ζητήσαμε να αναλύσουν (ανώνυμα) μερικά από τα στιγμιότυπα, που είχαν συμπληρώσει οι συμφοιτητές τους κατά την πορεία της έρευνας, προκειμένου να διαπιστώσουμε πιθανές αλλαγές στο δείγμα της έρευνας.

3. Αποτελέσματα και σχόλια

Η έρευνά μας εστιάζει κυρίως στο πώς οι φοιτητές μπορούν να αποσαφηνίσουν και να μετασχηματίσουν τις γνώσεις που είχαν σχετικά με τη δομή του ατόμου και της ύλης σε επιστημονικά ορθές αναπαραστάσεις (στιγμιότυπα). Μέσα από τα σχέδιά τους και τις επεξηγηματικές συνεντεύξεις που πραγματοποιήθηκαν καθώς και από τις συγκρίσεις των ομάδων προκύπτει ξεκάθαρα ότι η «ομάδα πειραματισμού» μπορούσε να αντιληφθεί και να αποτυπώσει καλύτερα την έννοια του στιγμιότυπου. Έδειξε να κατανοεί ότι η μεταβολή του χρόνου συνεπάγεται και μεταβολή της θέσης σε όλες τις μορφές της ύλης. Οι φοιτητές αυτής της ομάδας επιδίωκαν να παρουσιάσουν την κίνηση με διάφορους τρόπους, ανάλογα με τη φαντασία τους (με βελάκια που υποδείκνυαν την κατεύθυνση της κίνησης, επιλέγοντας να σχεδιάζουν θολά αντικείμενα σαν να πρόκειται για το αποτέλεσμα φωτογράφισης υπό κίνηση). Υπήρχε ένας βαθμός ανοχής από την πλευρά των ερευνητών ως προς τον τρόπο που επέλεγε κάθε φοιτητής να σχεδιάσει τα υποατομικά σωματίδια. Αντίθετα με την ομάδα πειραματισμού, στην ομάδα ελέγχου ένα συνηθισμένο σφάλμα των φοιτητών ήταν ότι, ενώ μετατόπιζαν τη θέση ενός ατόμου για να παρουσιάσουν την κίνηση του, το ίδιο το άτομο το παρουσίαζαν στα στιγμιότυπα ακίνητο και στατικό ή σχεδιάζαν τα ηλεκτρόνια γύρω από τον πυρήνα να παραμένουν στάσιμα. Στην ομάδα πειραματισμού οι φοιτητές (στην πλειοψηφία τους) επεδίωκαν να δείξουν και την κίνηση των

υποατομικών σωματιδίων, με τη μεταβολή του χρόνου. Όπως ήταν αναμενόμενο και για τις δύο ομάδες, ήταν πιο εύκολο να σχεδιάσουν το 1^ο ατομικό πρότυπο που μοιάζει με το πρότυπο του Bohr και λιγότερο εύκολα μπορούσαν να σχεδιάσουν ή να φανταστούν την κίνηση του 3^{ου} ατομικού προτύπου που μοιάζει με το πρότυπο του Schrödinger.

Στις εικόνες 5 και 6 παρουσιάζονται μερικά παραδείγματα από τα σχέδια των φοιτητών.



Εικόνα 5: Σχέδιο φοιτητή της ομάδας ελέγχου: Δομή μετάλλου πριν και μετά την εμφάνιση διαφοράς (ηλεκτρικού) δυναμικού στο εσωτερικό του. Παρατηρούμε ότι πριν την εφαρμογή διαφοράς δυναμικού σχεδιάζει τα ελεύθερα ηλεκτρόνια να είναι ακίνητα και στη συνέχεια να είναι όλα προσανατολισμένα προς τη μια κατεύθυνση.

Εικόνα 6: Σχέδιο φοιτητή της ομάδας πειραματισμού: Δομή μετάλλου πριν και μετά την εμφάνιση διαφοράς (ηλεκτρικού) δυναμικού στο εσωτερικό του. Παρατηρούμε ότι εδώ πριν και μετά την εφαρμογή διαφοράς δυναμικού σχεδιάζει τα ελεύθερα ηλεκτρόνια και τα άτομα να κινούνται. Περισσότερο προσανατολισμένα προς τη μια κατεύθυνση στο δεύτερο στιγμιότυπο.

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα. Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται οι καταμετρημένες επιστημονικά ορθές αναπαραστάσεις που σχεδίασαν οι φοιτητές ανά φαινόμενο και ανά πρότυπο. Παρατηρούμε ότι το τμήμα πειραματισμού στα ίδια φαινόμενα και με τη χρήση των ίδιων ατομικών προτύπων παρουσιάζει περισσότερα θετικά αποτελέσματα. Παρατηρούμε επίσης ότι όσο πιο σύνθετο ήταν το φαινόμενο που έπρεπε να αναπαρασταθεί από τους φοιτητές, τόσο μειώνονταν και οι ορθές απαντήσεις.

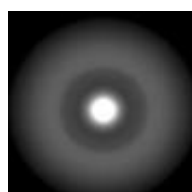
Πίνακας 1: Αριθμός ορθών στιγμιότυπων



1 ^ο Ατομικό Πρότυπο – Σωστές απαντήσεις				
	Στερεό	Υγρό	Αέριο	Μέταλλο
Ομάδα Ελέγχου	19	12	15	9
Ομάδα Πειραματισμού	22	15	19	16



2 ^ο Ατομικό Πρότυπο – Σωστές απαντήσεις				
	Στερεό	Υγρό	Αέριο	Μέταλλο
Ομάδα Ελέγχου	18	11	15	9
Ομάδα Πειραματισμού	22	17	21	17



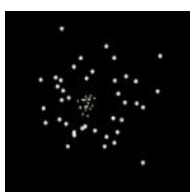
3 ^ο Ατομικό Πρότυπο – Σωστές απαντήσεις				
	Στερεό	Υγρό	Αέριο	Μέταλλο
Ομάδα Ελέγχου	17	9	11	6
Ομάδα Πειραματισμού	23	20	19	13

Στον Πίνακα 2 παρουσιάζονται οι μέσοι όροι των επιστημονικά ορθών αναπαραστάσεων ανά πρότυπο. Κάθε φοιτητής έπρεπε να σχεδιάσει τέσσερα φαινόμενα ανά ατομικό πρότυπο, οπότε η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει κάθε μέσος όρος ανά πρότυπο είναι το 4 (4 σωστές απαντήσεις) που υποδηλώνει ότι όλα τα φαινόμενα αναπαραστάθηκαν επιτυχώς. Με τη χρήση του μη παραμετρικού τεστ ανεξαρτήτων ομάδων Mann–Whitney που χρησιμοποιήσαμε γίνεται εμφανές ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά υπέρ των αποτελεσμάτων του τμήματος πειραματισμού, λιγότερο για το 1^ο ατομικό πρότυπο και περισσότερο για τα άλλα δύο.

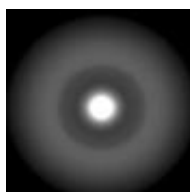
Πίνακας 2: Μέσοι όροι και Τυπικές αποκλίσεις βαθμολογίας ανά πρότυπο



1 ^ο Ατομικό Πρότυπο		
	M.O.	T.A.
Ομάδα Ελέγχου	2,20	1,66
Ομάδα Πειραματισμού	2,88	1,54
Mann-Whitney U Test Sig.		0.111



2 ^ο Ατομικό Πρότυπο		
	M.O.	T.A.
Ομάδα Ελέγχου	2,12	1,69
Ομάδα Πειραματισμού	3,08	1,47
Mann-Whitney U Test Sig.		0.030



3 ^ο Ατομικό Πρότυπο		
	M.O.	T.A.
Ομάδα Ελέγχου	1,72	1,62
Ομάδα Πειραματισμού	3,00	1,35
Mann-Whitney U Test Sig.		0.007

Τέλος στον Πίνακα 3 αποτυπώνονται οι μέσοι όροι ανά πρότυπο (κάθε ένα από τα 3 πρότυπα παρουσιάζει 4 φαινόμενα άρα η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει κάθε M.O. είναι το 12), όπου και εδώ φαίνεται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά υπέρ των αποτελεσμάτων του τμήματος πειραματισμού. (Η επεξεργασία των απαντήσεων του ερωτηματολογίου έγινε με τη βοήθεια του στατιστικού προγράμματος SPSS)

Πίνακας 3: Ανεξαρτησία ομάδων

Συνολικά		
	M.O.	T.A.
Ομάδα Ελέγχου	6,04	4,90
Ομάδα Πειραματισμού	8,96	4,27
Mann-Whitney U Test Sig.		0.026

4. Συμπεράσματα και προτάσεις

Η επιτυχής σχεδίαση των στιγμιοτύπων και η ανάλυσή τους από τους συμμετέχοντες στην έρευνα συνδέεται με την επιτυχή ερμηνεία του εκάστοτε φαινομένου και τη δυνατότητα αναπαραγωγής του. Σε αυτό σημαντικό ρόλο διαδραμάτισε η χρήση έργων τέχνης.

Όπως προκύπτει από τη μελέτη των αποτελεσμάτων, η παραπάνω προτεινόμενη μέθοδος για τη διδασκαλία μη παρατηρήσιμων φυσικών φαινομένων είχε πολύ ενθαρρυντικά αποτελέσματα. Η τέχνη συνετέλεσε σημαντικά και στο να συμμετέχουν οι φοιτητές με προθυμία και θετική διάθεση στην όλη διαδικασία. Η έρευνα πρόκειται να συνεχιστεί σε μεγαλύτερο δείγμα, με ευρύτερη θεματολογία και με περισσότερα πρότυπα.

Βιβλιογραφία

Δρόλαπας, Α., Καλκάνης, Γ. *Αναζήτηση ενός εκπαιδευτικού μοντέλου του ατόμου για την προσομοίωση / οπτικοποίηση φυσικών φαινομένων*, Πρακτικά 7ου Πανελληνίου Συνεδρίου ΚοΔιΦΕΕΤ Διδακτικής Φυσικών Επιστημών και Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση, Αλεξανδρούπολη, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, 2011, σελ. 749-757

Ainsworth, S., Prain, V. & Tytler, R. *Drawing to Learn in Science*, Science Magazine, 2011, τεύχος 333, σελ. 1096 - 1097

Deratzou, Susan, Sheila R. Vaidya, and Drexel University. *A Qualitative Inquiry into the Effects of Visualization on High School Chemistry Students' Learning Process of Molecular Structure*, Philadelphia, Pa.: Drexel University, 2006.

Edens, K. M., & Potter, E. *Using Descriptive Drawings as a Conceptual Change Strategy in Elementary Science*, School Science and Mathematics, 2003, τόμος 103, τεύχος 3, σελ. 135–144

Greene, M. *Variations on a Blue Guitar: The Lincoln Center Institute Lectures on Aesthetic Education*, New York, NY, Teachers College Press, Columbia University, 2001

Hoffmann, C. and Wittmann, B. *Introduction: Knowledge in the Making: Drawing and Writing as Research Techniques*, *Science in Context*, 2013, τεύχος 26, σελ. 203-213

Wiser, M., & Smith, C. *Teaching about matter in grades K-8: When should the atomic- molecular theory be introduced?* In S. Vosniadou (Ed.), *International Handbook of Research on Conceptual Change*, New York / London: Routledge Taylor and Francis Group, 2008, σελ. 205–240.

Εισήγηση 7^η

«Τέχνη και Φυσικές Επιστήμες: Το Φως και τα Χρώματά του»

Αγαθή Τσορώνη, Εικαστικός–Εκπαιδευτρια Καλλιτεχνικών Μαθημάτων (B.A., M.A, PhD)

Κωνσταντίνος Νικολόπουλος, Εκπαιδευτικός-Φυσικός (B.Sc., M.ed.)

Περίληψη

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η παρουσίαση μίας διεπιστημονικής διδακτικής πρότασης για το Φως και τα χρώματά του, για παιδιά δημοτικού. Οι καλές τέχνες συναντούν τις Φυσικές επιστήμες μέσω αυτής της διδακτικής πρότασης, έτσι ώστε η υλοποίηση του διεπιστημονικού εργαστηρίου να μπορεί να επιτευχθεί σε οποιοδήποτε χώρο τέχνης και επιστήμης. Στο πλαίσιο αυτό, ανιχνεύονται οι πρότερες γνώσεις και οι προϋπάρχουσες ιδέες των παιδιών και οργανώνονται δραστηριότητες, οι οποίες λαμβάνουν υπόψη τις δυσκολίες της παιδικής σκέψης μέσα από την έρευνα. Δίνουν την ευκαιρία στα παιδιά να πειραματιστούν και να αποκτήσουν δεξιότητες, όπως παρατήρηση, επίλυση προβλήματος, λεπτή κινητικότητα. Η λειτουργία στο πλαίσιο των μικρών ομάδων είναι καθοριστική για την επίτευξη των τιθέμενων στόχων.

Λέξεις κλειδιά: διεπιστημονική προσέγγιση, εργαστηριακή μέθοδος, βιωματική μάθηση, Πουαντιγισμός, ανάλυση και σύνθεση φωτός, χρώματα ίριδας

Εισαγωγή

Η διδακτική πρακτική των εικαστικών μαθημάτων περιλαμβάνει στοιχεία που είναι μεταβιβάσιμα στα υπόλοιπα γνωσιοκεντρικά μαθήματα του αναλυτικού προγράμματος της υποχρεωτικής εκπαίδευσης. Το μάθημα της Τέχνης είναι βιωματικό, με τους μαθητές να καθίστανται ενεργητικά παρόντες στην μάθησή τους. Σύμφωνα με έρευνες, οι μαθητές διατηρούν μόνο το 10% των πληροφοριών που διαβάζουν, το 20% αυτών που ακούν, ενώ το ποσοστό ανεβαίνει στο 90% αυτών που λένε και κάνουν. Είναι λοιπόν σημαντικό τα γνωσιοκεντρικά/θεωρητικά μαθήματα να ενθαρρύνουν την ενεργή συμμετοχή των μαθητών στην μαθησιακή διαδικασία και τη διερεύνηση νέας γνώσης.

Με αυτές τις σκέψεις διοργανώθηκε ένα 6ωρο (3 δίωρα) διεπιστημονικό εργαστήριο για παιδιά ηλικίας 8-11 ετών. Το συγκεκριμένο εργαστήριο είχε θέμα «Το Φως και τα Χρώματά του». Σε αυτό οι μαθητές, με την αρωγή των εκπαιδευτών, εξερεύνησαν τις ιδιότητες του φωτός, μέσω πειραμάτων με καθημερινά υλικά και μέσω εικαστικής απεικόνισης, έτσι ώστε να γίνουν κατανοητές βασικές έννοιες

της φυσικής και της ζωγραφικής. Οι μαθητές παρατήρησαν, έκαναν υποθέσεις, πειραματίστηκαν και ζωγράρισαν την ανάλυση και σύνθεση του φωτός, το ουράνιο τόξο καθώς και την φυσική διαδικασία όρασης των χρωμάτων ως ιδιότητα του φωτός και όχι των υλικών σωμάτων.

Οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες χωρίζονται σε τρεις άξονες.

Στον πρώτο άξονα περιλαμβάνονται δραστηριότητες για την ανάλυση του φυσικού φωτός και το ουράνιο τόξο, τον Πουαντιγισμό και την ανάμειξη των χρωμάτων.

Στον δεύτερο άξονα περιλαμβάνονται δραστηριότητες για την κατασκευή του δίσκου του Νεύτωνα και για τη σύνθεση των χρωμάτων της Ίριδας σε φυσικό φως.

Στον τρίτο άξονα περιλαμβάνονται δραστηριότητες για την ιδιότητα του χρώματος ως χαρακτηριστικού του φωτός και για την εικαστική απεικόνιση σε χαρτί, της φυσικής διαδικασίας της όρασης ενός σώματος.

Κατά τη διάρκεια του εργαστηρίου, υπήρξαν ερωτήσεις που είχαν ως σκοπό την ανίχνευση των πρότερων γνώσεων των παιδιών, την ανάπτυξη δεξιοτήτων παρατήρησης και επικοινωνίας, υποθέσεων, προβλέψεων, κριτικής και δημιουργικής σκέψης καθώς και μεταγνωστικές ερωτήσεις.

Προβληματισμός

Οι ερωτήσεις για προϋπάρχουσες ιδέες, οι ερωτήσεις δημιουργικής σκέψης και οι μεταγνωστικές ερωτήσεις αναπτύσσουν την αποκλίνουσα σκέψη και συνυπολογίζοντας τον παιγνιώδη τρόπο παρουσίασης και εκτέλεσης των δραστηριοτήτων, αποτελούν μια παιδαγωγική προσέγγιση που στοχεύει στην ανάπτυξη των ανωτέρων λειτουργιών του εγκεφάλου των παιδιών.

Άξονας 1: Ουράνιο τόξο - Ανάλυση του Λευκού Φωτός/Σύνθεση και Ανάμειξη Χρωμάτων

Δραστηριότητα 1 : Δημιουργώντας ένα ουράνιο τόξο

Στον πρώτο άξονα μελετάμε την ανάλυση του λευκού φωτός στα χρώματα του. Αυτό επιτυγχάνεται μέσα από το φυσικό φαινόμενο του Ουράνιου τόξου.

Μέσα από διάλογο και με διερευνητικές ερωτήσεις στόχος μας είναι να προσελκύσουμε το ενδιαφέρον των παιδιών και να ανιχνεύσουμε τις πρότερές τους γνώσεις και τις προϋπάρχουσες ιδέες από την καθημερινότητά τους σχετικά με το φαινόμενο που πρόκειται να διερευνηθεί.

Παρατηρήσαμε ότι, ενώ τα μεγαλύτερα παιδιά είχαν προϋπάρχουσες ιδέες για το φαινόμενο αυτό, τα μικρότερα παιδιά παρουσίασαν μόνο αυθόρμητες αντιλήψεις και διαισθητικές ιδέες. Πχ. ότι το ουράνιο τόξο είναι ένα παιχνίδι μεταξύ του ουρανού και του φωτός.

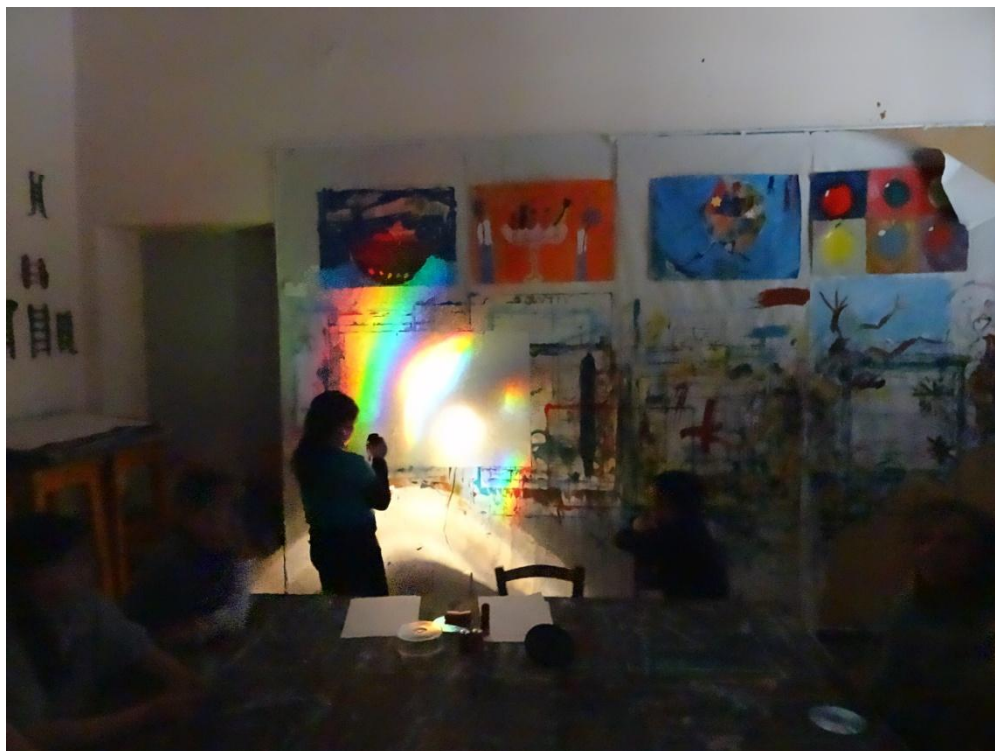
Ορισμένα ενδεικτικά ερωτήματα ανάχνευσης πρότερων γνώσεων:

1. Έχετε παρατηρήσει Ουράνιο τόξο;
2. Ποιες καιρικές συνθήκες χρειαζόμαστε για να σχηματιστεί;
3. Πώς πιστεύετε ότι δημιουργείται;
4. Τι χρώμα έχει το φως του Ήλιου;
5. Πώς από το λευκό φως του Ήλιου φτάνουμε στα χρώματα της Ίριδας;
6. Πιστεύετε ότι μπορούμε να φτιάξουμε το ουράνιο τόξο μέσα στην τάξη;
7. Τι πιστεύετε ότι θα δημιουργηθεί αν σε σκοτεινό μέρος φωτίσω με το φακό έναν οπτικό δίσκο;

Στη συνέχεια τα παιδιά έκαναν υποθέσεις για την προέλευση του Ουράνιου τόξου και ενθαρρύνθηκαν να ελέγξουν τις ιδέες τους μέσω του πειράματος.

Τα υλικά που χρειαστήκαμε είναι ένας φακός και οπτικοί δίσκοι.

Παροτρύναμε τα παιδιά να πειραματιστούν χρησιμοποιώντας τον φακό και τον οπτικό δίσκο, στρέφοντας τον φακό προς τον οπτικό δίσκο και προβάλλοντας το αποτέλεσμα στον τοίχο της τάξης. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι να έχουμε χαμηλό φωτισμό.



Εικόνα 1

Τα παιδιά παρατήρησαν το αποτέλεσμα του πειράματος.

Ο στόχος στο στάδιο αυτό είναι να επέλθει στα παιδιά εννοιολογική αλλαγή λόγω της γνωστικής σύγκρουσης στην οποία υποβάλλονται.

Επίσης, τα παιδιά συλλογίζονται πως έχουν αλλάξει οι ιδέες τους και συγκρίνουν τον τωρινό τρόπο σκέψης με αυτόν που είχαν στην αρχή του πειράματος (Μεταγνώση)

Στη συνέχεια παρουσιάζονται κάποιες μεταγνωστικές ερωτήσεις

1. Στην αρχή του πειράματος είχατε κάποιες απόψεις. Διαφοροποιήθηκαν μετά;
2. Αν επαναλάβω το πείραμα, θα έχω τα ίδια ή παρόμοια αποτελέσματα;

Στη συνέχεια τίθενται ερωτήσεις που αναπτύσσουν την δημιουργική σκέψη.

Ερωτήσεις που αναπτύσσουν την δημιουργική σκέψη:

1. Τι θα συνέβαινε αν το φως του φακού ήταν κόκκινο;
2. Να βρούμε και άλλους τρόπους για να δημιουργήσουμε ένα ουράνιο τόξο

3. Τι θα συνέβαινε, αν δοκιμάζαμε το πείραμα με την άλλη μεριά του δίσκου;

Δραστηριότητα 2: Ζωγραφίζοντας ένα ουράνιο τόξο

Υλικά που χρειάζονται: τέμπρες, χαρτί, πινέλα και παλέτα

Είχαμε τα βασικά χρώματα (κόκκινο, κίτρινο, μπλε) και σκοπός μας ήταν να φτιάξουμε τα υπόλοιπα χρώματα του ουράνιου τόξου. Ένας τρόπος είναι να αναμειξουμε τα χρώματα στην παλέτα μας. Ένας άλλος να τα αναμειξουμε στο μάτι του θεατή. Η ανάμειξη των χρωμάτων στην παλέτα είχε διδαχθεί σε προηγούμενα μαθήματα. Εδώ μιλήσαμε για την τεχνική του πουαντιγισμού.

Τεχνική του Πουαντιγισμού

Καλλιτεχνικό ρεύμα που χρησιμοποιεί κουκίδες ή πολύ μικρές πινελιές καθαρών χρωμάτων απευθείας πάνω στον πίνακα. Τα χρώματα αναμειγνύονται στο μάτι του θεατή, όταν κοιτάζει τον πίνακα από κάποια απόσταση.



Επίδειξη έργων του Ζωρζ Σερά (Georges Seurat, 1859-91) πχ. Μία Κυριακή Καλοκαιριού Εικόνα 2

Ζητήθηκε από τα παιδιά να ζωγραφίσουν το Ουράνιο τόξο εφαρμόζοντας την τεχνική του Πουαντιγισμού, χρησιμοποιώντας τέμπρες.

Στόχος της δραστηριότητας αυτής είναι να κατανοήσουν οι μαθητές πως:

- όταν τοποθετούμε δυο χρώματα δίπλα – δίπλα σε μικρές κουκίδες, το μάτι μας δεν βλέπει ξεχωριστά τα χρώματα αυτά, αλλά τη σύνθεσή τους, σε ένα άλλο χρώμα π.χ. αναμειγνύουμε κόκκινο και κίτρινο και έχουμε πορτοκαλί.

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός της ανάμειξης των τριών βασικών χρωμάτων, τα οποία δύνανται να σχηματίσουν μικρούς χρωματικούς κόκκους. Αν, για παράδειγμα, ανακατέψουμε το κόκκινο με το κίτρινο χρώμα, θα φτιάξουμε πορτοκαλί. Το ίδιο θα συμβεί, αν τοποθετήσουμε πολλές μικρές κουκίδες διαφορετικών χρωμάτων πλάι-πλάι. Το μάτι μας δεν μπορεί να τις ξεχωρίσει και τις βλέπουμε όλες με ένα χρώμα. Με παρόμοιο τρόπο δημιουργούνται τα χρώματα στην τηλεόραση (Τσάμης & Οικονόμου 2007).

Τέλος, για να δώσουμε μια βιολογική απάντηση στο ερώτημα γιατί βλέπουμε τα χρώματα, πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι τα κύτταρα που είναι υπεύθυνα για την αντίληψη των χρωμάτων στο μάτι ονομάζονται *κωνία* ή *κωνικά κύτταρα* (Τσάμης & Οικονόμου 2007). Τα κωνία είναι τρία. Το καθένα ενεργοποιείται με ένα από τα τρία χρώματα: το κόκκινο, το πράσινο και το μπλε (RGB). Ο συνδυασμός τους δημιουργεί τα υπόλοιπα χρώματα.

Άξονας 2: Σύνθεση λευκού φωτός/ανάμειξη χρωμάτων

Δραστηριότητα 1 : Δημιουργώντας ένα δίσκο χρωμάτων

Υλικά που χρειάζονται: ένα ψαλίδι, ένα χαρτόνι, μία κόλλα, έναν οπτικό δίσκο, τέμπερες με τα τρία βασικά χρώματα (κόκκινο, κίτρινο, μπλε), λευκό χαρτί, πινέλα και παλέτα.

Τοποθετούμε έναν οπτικό δίσκο επάνω σε μια κόλλα χαρτί και διαγράφουμε το περίγραμμά του.

Κόβουμε με το ψαλίδι το χαρτί και σχηματίζουμε έναν κύκλο. Χωρίζουμε τον κύκλο σε επτά μέρη. Ζωγραφίζουμε τα επτά χρώματα της Ίριδας (κόκκινο, πορτοκαλί, κίτρινο, πράσινο, γαλάζιο, μπλε, και μωβ), ένα σε κάθε κυκλικό τομέα. Κολλάμε το χαρτί επάνω στην άλλη πλευρά του δίσκου, στην οποία δεν χρησιμοποιήσαμε στο πρώτο πείραμα και ανοίγουμε μία τρύπα στο κέντρο του δίσκου.



Εικόνα 3

Δραστηριότητα 2 : Πειραματιζόμαστε με τον δίσκο χρωμάτων

Στόχος μας είναι να συνθέσουμε το λευκό φως προερχόμενο από τα χρώματα του ουράνιου τόξου.

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

Ποια χρώματα έχετε ζωγραφίσει πάνω στον δίσκο;

Πώς μπορούμε να συνθέσουμε αυτά τα χρώματα;

Προσαρμόζουμε τον οπτικό δίσκο σε ηλεκτρικό περιστροφέα σε κατάλληλη εκδοχή.

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

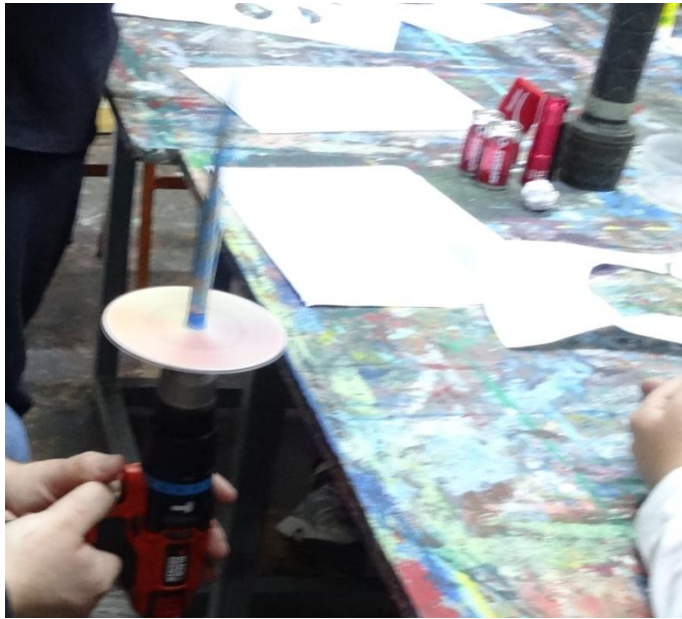
Τι θα συμβεί, όταν θα τον περιστρέψουμε;

Ποιο χρώμα περιμένουμε να δούμε;

Ενδεικτικές απαντήσεις:

Θα δούμε περισσότερα χρώματα, τίποτα, ένα χρώμα πχ κόκκινο, λευκό.

Με τη βοήθεια του ηλεκτρικού περιστροφέα, περιστρέφουμε τον δίσκο.



Εικόνα 4

Ενδεικτικές ερωτήσεις:

Τι χρώμα παρατηρήσατε;

Γιατί βλέπουμε λευκό χρώμα;

Μεταγνωστικές ερωτήσεις

Στην αρχή του πειράματος είχα κάποιες απόψεις. Διαφοροποιήθηκαν μετά;

Αν επαναλάβω το πείραμα, θα έχω τα ίδια ή παρόμοια αποτελέσματα

Στη συνέχεια τίθενται ερωτήσεις που αναπτύσσουν την δημιουργική σκέψη.

Τι θα συνέβαινε, αν ζωγραφίζαμε τα χρώματα με άλλη σειρά;

Να βρούμε και άλλους τρόπους για να δημιουργήσουμε σύνθεση χρωμάτων.

Τι θα συνέβαινε, αν δοκιμάζαμε το πείραμα με την άλλη μεριά του δίσκου;

Κατασκευάσαμε έναν δίσκο που από την μία του πλευρά μπορούμε να δούμε την ανάλυση του φωτός και από την άλλη τη σύνθεσή του.

Άξονας 3. Χρώματα και προέλευση τους

Δραστηριότητα 1: Πως δημιουργούνται τα χρώματα των σωμάτων;

Με έναυσμα μία κόκκινη ζωγραφιά στον τοίχο της αίθουσας συζητάμε για την προέλευση των χρωμάτων.

Γιατί βλέπουμε την ζωγραφιά κόκκινη;

Ενδεικτική απάντηση στο ερώτημα ότι έχει ζωγραφιστεί με κόκκινο χρώμα

Τα παιδιά υποστήριξαν ότι το υλικό της ζωγραφιάς είναι υπεύθυνο για το χρώμα της.

Εμείς κλείσαμε τα φώτα και ρωτήσαμε τα παιδιά τι χρώμα βλέπουν τώρα τη ζωγραφιά;

Απάντησαν πως δεν τη βλέπουν, αφού δεν υπάρχει φως.

Συμπεράναν ότι τα χρώματα εξαρτώνται από το φως με κάποιον τρόπο.

Μέσα από συζήτηση καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι τα υλικά απορροφούν όλα τα χρώματα του φωτός και ανακλούν ένα, αυτό που εμείς βλέπουμε.

Ερωτήσεις που αναπτύσσουν τη δημιουργική σκέψη

- Τι θα συμβεί αν σε σκοτεινό δωμάτιο φωτίσω με κόκκινο φως μια πράσινη ζωγραφιά;

Το βασικότερο γνωστικό εμπόδιο που καταγράφεται στις σχετικές έρευνες είναι η δυσκολία αναγνώρισης του φωτός ως αυτόνομης οντότητας διαδιδόμενης στον χώρο.

Όταν ένα αντικείμενο είναι αδιαφανές και φωτίζεται από ηλιακό φως, απορροφά ένα μέρος των μονοχρωματικών ακτινοβολιών και ανακλά ένα άλλο μέρος, το οποίο φτάνει στα μάτια μας. Όταν, για παράδειγμα, απορροφά όλες τις ακτινοβολίες και ανακλά την πράσινη, τότε βλέπουμε το αντικείμενο πράσινο. Στην περίπτωση που δεν απορροφά καμία ακτινοβολία, τότε ανακλά όλες τις ακτινοβολίες και το βλέπουμε λευκό, ενώ, όταν τις απορροφά όλες, δεν ανακλά καμία και το βλέπουμε μαύρο. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και στις υγρές μπογιές που αποτελούνται από κόκκους που αιωρούνται σε κάποιο υγρό (Ραβάνης 2003).

Δραστηριότητα 2: Ζωγραφίζω τη διαδικασία όρασης των χρωμάτων

Οι μαθητές ζωγραφίζουν τη φυσική διαδικασία όρασης των χρωμάτων ως ιδιότητα του φωτός και όχι των υλικών σωμάτων.



Εικόνα 5



Εικόνα 6

Τα χρώματα δεν αποτελούν φυσικές ιδιότητες των σωμάτων αλλά προϊόντα της αλληλεπίδρασης με το φως. Δηλαδή, τα ίδια τα αντικείμενα από τη φύση τους δεν έχουν κάποιο χρώμα (Ραβάνης 2003).

Συμπεράσματα

Πλεονεκτήματα της διεπιστημονικότητας

Στη διεπιστημονικότητα προσβλέπουμε, όταν θέλουμε να προβάλλουμε τη συμπληρωματικότητα της γνώσης των γνωστικών αντικειμένων. Όταν δηλαδή θέλουμε να προτείνουμε στο παιδί ένα μοντέλο πολιτισμού που αποτελείται από γειτονικά και σε επαφή γνωστικά σύνολα.

Στο μοντέλο αυτό οι επιστήμες και οι γνώσεις τους, που σε κλίμακα προσφέρονται στα σχολικά προγράμματα, κρατούν την αυτονομία τους, ενώ παράλληλα αναγνωρίζεται ο αλληλοβοηθητικός ρόλος τους στην προσπάθεια να κατανοηθεί ο κόσμος.

Η διεπιστημονική προσέγγιση μέσα από την εμπειρία μας προσφέρει έναν διαφορετικό τρόπο προσέγγισης της διδασκαλίας και θα έπρεπε να προάγεται περισσότερο στην ελληνική εκπαίδευση. Τα παιδιά μέσα από τη διαφορετική οπτική που προσφέρει η διεπιστημονικότητα αποκτούν δεξιότητες, ενδιαφέρον για το θέμα και αναπτύσσουν την κριτική και δημιουργική τους σκέψη.

Η διεπιστημονικότητα ως διαδικασία είναι η αναγνώριση του πολιτισμού ως ένα σύνολο με αυτόνομα και διακριτά αλλά αλληλοσχετιζόμενα υποσύνολα. Η διαθεματικότητα αντίστροφα, δεν θεωρεί ότι η προσφερόμενη γνώση στο σχολείο χρειάζεται να έχει αυτόν τον τυπικό αλληλοσυσχετισμό της διεπιστημονικής προσέγγισης. Προβάλλει τον ενιαίο χαρακτήρα του κάθε θέματος μέσα στον πολιτισμό. Αποτελεί δηλαδή μια προσπάθεια διαλεκτικής, που αναπτύσσεται μεταξύ των ειδικών θεμάτων και δεν τονίζει τον συμπληρωματικό τους χαρακτήρα (Ματσαγγούρας, 2002). Το κάθε θέμα που διδάσκεται με τη διαθεματική προσέγγιση είναι ταυτόχρονα ένα ταξίδι στο σύνολο των γνώσεων που χρειάστηκε να εφαρμοστούν για την παραγωγή του. Το ερώτημα που μπαίνει είναι εάν η εφαρμογή της διαθεματικότητας, η οποία διατηρεί τον παιδοκεντρικό χαρακτήρα του εκπαιδευτικού συστήματος, θα απέδιδε στην ελληνική κοινωνία (*Πρακτικά του Ελληνικού Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και Εκπαίδευσης (ΕΛΛ.Ι.Ε.Π.ΕΚ.), 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο με θέμα «Μαθαίνω πώς να μαθαίνω», 7-9 Μαΐου 2010*).

Η μεθοδολογία και ο τρόπος μάθησης πρέπει να ανταποκρίνονται στις δυνατότητες κάθε μαθητή. Η διδακτική διαδικασία είναι αναγκαίο να εμπλουτίζεται με βιωματική κατάρτιση, να ωθεί σε αυτονομία και αυτοδιάθεση των μαθητών, ώστε αυτοί να οδηγούνται μέσα από την εκπαίδευση στην αξιοποίηση όλων των δυνατοτήτων τους για να επιτυγχάνουν μακροπρόθεσμη μάθηση. Τα παιδιά πρέπει να εμπλέκονται ενεργά στην εκμάθηση των δεξιοτήτων και η γνώση να πηγάζει μέσα από τα δικά τους

προσωπικά βιώματα, τις δικές τους προσπάθειες, τις δικές τους ενέργειες. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές θα ανακαλύπτουν μόνοι τους τη γνώση. Η αποσπασματικότητα της γνώσης που διατηρεί το ισχύον ΑΠ, δημιουργεί την εντύπωση στο μαθητή ότι οι επιστήμες είναι σύνολα ταξινομημένων γνώσεων τελείως ανεξάρτητων μεταξύ τους. Για τη λύση της αντίφασης ανάμεσα στην έννοια της αυτόνομης επιστήμης και στον γενικό πολιτισμό προτάθηκαν μέχρι σήμερα, με σοβαρά επιχειρήματα, η εφαρμογή των μεθόδων της διεπιστημονικότητας και η εκπαιδευτική διαδικασία της διαθεματικής διδασκαλίας της ύλης. (Ματσαγγούρας, 2002).

Βιβλιογραφία

Ματσαγγούρας, Η.Γ (2002). *Η διαθεματικότητα στη σχολική γνώση*. Αθήνα: Γρηγόρη,

Πρακτικά του Ελληνικού Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και Εκπαίδευσης (ΕΛΛ.Ι.Ε.Π.ΕΚ.), 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο με θέμα «Μαθαίνω πώς να μαθαίνω», 7-9 Μαΐου 2010

Ραβάνης, Κ. (2003) *Δραστηριότητες για το νηπιαγωγείο από τον κόσμο της φυσικής*. Αθήνα: Δίπτυχο,
Τσάμης, Γ. & Οικονόμου, Α. (2007) *Φυσικά (ερευνώ και ανακαλύπτω) ΣΤ΄ Δημοτικού*, Αθήνα: Ελληνοεκδοτική.

Εισήγηση 8η

«Το Πανίσχυρο Άτομο», Μία εφαρμογή στη διδασκαλία φυσικών επιστημών μέσω τεχνικών δραματοποίησης.

Καλλιτεχνικό Γυμνάσιο Γέρακα με Α.Τ., Κοντογούλα Ερμιόνη ΠΕ0401 & ΠΕ32,

Τσουραμάνη Ειρήνη ΠΕ32

Περίληψη

Στο πλαίσιο συνεργασίας του τομέα Φυσικών επιστημών και του τομέα Θεάτρου του Καλλιτεχνικού Σχολείου Γέρακα, μαθητές της Α΄ Λυκείου διερεύνησαν και παρουσίασαν στον αρχαιολογικό χώρο της Αρχαίας Αγοράς της Αθήνας αφηγηματικές και θεατρικές δράσεις που οπτικοποιούν σημαντικούς σταθμούς της ανθρώπινης σκέψης και γνώσης γύρω από την ατομική θεωρία και τα ατομικά φαινόμενα. Τα θέματα αυτά εμπεριέχονται στα διδακτικά αντικείμενα των φυσικών επιστημών από τη Β΄ τάξη του γυμνασίου μέχρι και τη Γ΄ τάξη του Λυκείου.

Αφετηρία για τη δράση αποτέλεσαν κείμενα από τα παρακάτω δύο βιβλία :

α) «Η ελληνική κληρονομιά στην επιστήμη» από το βιβλίο «Το φάντασμα της όπερας» του Στέφανου Τραχανά το οποίο αναφέρεται στην ατομική υπόθεση του Δημόκριτου, δηλαδή στο θεμελιώδες ερώτημα «από τι είναι φτιαγμένος ο κόσμος; » και στις πρώτες προσεγγίσεις του συγκλονιστικού αυτού ερωτήματος.

β) «Το πανίσχυρο άτομο» από το βιβλίο «Μικρή ιστορία περί των πάντων (σχεδόν) » του Bill Bryson, που αποτελεί μια ενδιαφέρουσα αφήγηση της ιστορίας της επιστήμης γύρω από την ατομική θεωρία.

Μία σύντομη περίληψη της δραματοποιημένης αφήγησης των μαθητών καταγράφεται παρακάτω:

Ένας εξωγήινος παρακολουθεί τον Δημόκριτο και τον Einstein να παίζουν σκάκι και εκφράζει την απορία του σχετικά με την ύπαρξη ή μη κανόνων στο παιχνίδι. Ο R. Feynman συνομιλεί με τον W. Shakespeare, τον E. Presley και έναν άνθρωπο από το μέλλον για το άφθαρτο της ύλης. Ο E. Rutherford εξηγεί στο κοινό το ιστορικό πείραμά του, ενώ ο N. Bohr μιλά για κβαντικά άλματα ηλεκτρονίων. Ηλεκτρόνια περιστρέφονται με αντίθετο spin και στο «Καφέ Κβαντομηχανική» οι W. Heisenberg, E. Schrodinger, L. De Broglie, W. Pauli συζητούν διαβάζοντας εφημερίδα, λίγο πριν την έκρηξη της ατομικής βόμβας...

Εισαγωγή

Κατά το σχολικό έτος 2014-15, στο πλαίσιο της συνεργασίας του Καλλιτεχνικού Σχολείου Γέρακα με την Α΄ Εφορεία Προϊστορικών και Κλασσικών Αρχαιοτήτων της Αθήνας, μέλη του Συλλόγου καθηγητών εργαστήκαμε για τη συμμετοχή του σχολείου μας με δράσεις, οι οποίες είχαν ως κεντρικό θεματικό άξονα τον τίτλο: «Αρχαιότητα και Νέα Πραγματικότητα» και οι οποίες παρουσιάστηκαν σε ευρύ κοινό - μαθητές, γονείς και τυχαίους επισκέπτες του αρχαιολογικού χώρου - στην Αρχαία Αγορά της Αθήνας στις 2 Μαΐου 2015.

Ο τίτλος της δράσης μας ήταν «Το Πανίσχυρο Άτομο» και το θέμα της ήταν το μικροσκοπικό και μυστηριώδες άτομο και η ανθρώπινη περιπέτεια της κατανόησης της ύπαρξης και της φύσης του.

Η ομάδα εργασίας μας αποτελούνταν από τις καθηγήτριες Κοντογούλα Ερμιόνη, ειδικότητας ΠΕ0401 (φυσικός) και ΠΕ32 (θεατρολόγος), και Τσουραμάνη Ειρήνη, ειδικότητας ΠΕ032 (θεατρολόγος) και τους συμμετέχοντες μαθητές / -τριες της Α΄ Λυκείου των τμημάτων Θεάτρου - Κινηματογράφου και Εικαστικών του Σχολείου μας.

Η ομάδα των μαθητών διερεύνησε και παρουσίασε δρώμενο - χρονικής διάρκειας 30΄ - στον ανοιχτό χώρο μπροστά στη Στοά του Αττάλου. Το δρώμενο αποτελούνταν από αφηγηματικές και θεατρικές δράσεις στις οποίες οπτικοποιήθηκαν σημαντικοί σταθμοί της ανθρώπινης σκέψης και γνώσης γύρω από την ατομική υπόθεση και τη σύγχρονη ατομική θεωρία.

Αφετηρία για τη δραματοποίηση αποτέλεσαν τα δύο παρακάτω κείμενα:

α) «Η ελληνική κληρονομιά στην επιστήμη» από το βιβλίο «Το φάντασμα της όπερας, η επιστήμη στον πολιτισμό μας» του Στέφανου Τραχανά¹¹⁴

β) «Το πανίσχυρο άτομο» από το βιβλίο «Μικρή ιστορία περί των πάντων (σχεδόν)» του Bill Bryson.¹¹⁵

Το πρώτο κείμενο αναφέρεται στην ατομική υπόθεση του Δημόκριτου δηλαδή στο θεμελιώδες ερώτημα «από τι είναι φτιαγμένος ο κόσμος;» και στις πρώτες προσεγγίσεις του συγκλονιστικού

¹¹⁴Στέφανος Τραχανάς, *Το φάντασμα της όπερας, η επιστήμη στον πολιτισμό μας*, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, Προοπτικές, 2014, σελ. 69

¹¹⁵ Bill Bryson, *A short History of Nearly Everything*, 2003, [*Μικρή ιστορία περί των πάντων (σχεδόν)*], Μετάφραση Ανδρέας Μιχαηλίδης και Τεύκρος Μιχαηλίδης], Πόλις 2006, σελ 194

αυτού ερωτήματος. Το δεύτερο κείμενο είναι μια ενδιαφέρουσα αφήγηση της ιστορίας της επιστήμης γύρω από το ίδιο θέμα.

Στόχοι :

Πρωταρχικοί στόχοι της εργασίας μας ήταν :

1. Η δημιουργία πλαισίου συνεργασίας μεταξύ του τομέα Φυσικών επιστημών και του τομέα Θεάτρου του Καλλιτεχνικού Σχολείου Γέρακα
2. Η διάδραση / διασύνδεση μεταξύ των γνωστικών αντικειμένων του επιστημονικού και καλλιτεχνικού τομέα του σχολείου.
3. Η βιωματική προσέγγιση των θετικών επιστημών μέσω θεατρικών τεχνικών.
4. Η εφαρμογή των αρχών του εκπαιδευτικού δράματος.¹¹⁶
5. Η αξιοποίηση της παιδαγωγικής και εκπαιδευτικής δύναμης του δράματος.
6. Η διερεύνηση των λανθασμένων αντιλήψεων των μαθητών γύρω από τη δομή της ύλης και την ατομική θεωρία και η σταδιακή αντικατάστασή τους με τις αντίστοιχες, επιστημονικά αποδεκτές γνώσεις.¹¹⁷
7. Η θεμελίωση και οικοδόμηση απαιτητικών εννοιών της σύγχρονης φυσικής μέσα από τον διαφορετικό προτεινόμενο τρόπο προσέγγισής τους.

Τα διδακτικά αντικείμενα που σχετίζονται άμεσα με το προεπιλεγμένο θέμα της δράσης είναι :

1. Οι Φυσικές Επιστήμες (Φυσική και Χημεία) και ειδικότερα τα υποθέματα: ατομική υπόθεση, ατομική θεωρία, δομή του ατόμου, ατομικά φαινόμενα και πυρηνική φυσική, τα οποία διατρέχουν τα αντικείμενα διδασκαλίας των φυσικών επιστημών από τη Β' τάξη του Γυμνασίου μέχρι και τη Β' τάξη του Γενικού Λυκείου.
2. Το θέατρο και ειδικότερα τα διδακτικά αντικείμενα : αυτοσχεδιασμός, υποκριτική, δραματοποίηση κειμένου και σκηνοθεσία θεάτρου τα οποία, διδάσκονται οι μαθητές / - τριες του Καλλιτεχνικού Γυμνασίου Γέρακα με Α.Τ. από την Α' τάξη του Γυμνασίου έως και τη Γ' τάξη του Λυκείου

¹¹⁶ Άβρα Αυδή, Μελίνα Χατζηγεωργίου, *Η Τέχνη του Δράματος στην Εκπαίδευση*, Μεταίχμιο, 2007, σελ. 19, σελ. 53.

¹¹⁷ Rosalind Driver, Ann Squires, Peter Rushworth, Valerie wood-Robinson, [*Οικο-Δομώντας τις έννοιες των Φυσικών Επιστημών, Μια Παγκόσμια Σύνοψη των Ιδεών των Μαθητών*] μετάφραση Μαρία χατζή, Τυπωθήτω, Γιώργος Δαρδάνος, 2000, σελ. 184

Μεθοδολογία :

Η μεθοδολογία που ακολουθήσαμε για τη δημιουργία της δράσης περιλαμβάνει επιγραμματικά τη δυναμική εμπύχωση ομάδας, την ομαδοσυνεργατική δράση, τη βιωματική, ατομική και ομαδική εργασία που προϋποθέτει αποδοχή και συμβολή του μαθητή στη δημιουργική διαδικασία.

Στο σχεδιασμό και τη δόμηση των ρόλων και των δραματικών επεισοδίων καθοριστικό ρόλο έπαιξε ο αυτοσχεδιασμός και η σύνθεση πάνω σε δοσμένα κείμενα που δεν είχαν, αλλά απέκτησαν στην πορεία, θεατρική δομή.

Γραπτό υλικό χρησιμοποιήθηκε για να εισαγάγει την ομάδα στο θέμα, να ενεργοποιήσει τη σκέψη μας και να πυροδοτήσει μια ανοιχτή συζήτηση πάνω στην επιστημονική εξήγηση του κόσμου, τα φυσικά φαινόμενα και τις ανακαλύψεις επιστημόνων, όπως των Albert Einstein, Δημόκριτου, Richard Feynman, Ernest Rutherford, Niels Bohr, Luis de De Broglie, Erwin Schrodinger, Wolfgang Pauli και Werner Heisenberg, που αποτέλεσαν στη συνέχεια και τα δραματικά μας πρόσωπα. Έπειτα από την πρώτη ανάγνωση του υλικού μας και μια αρχική συζήτηση εισαγωγής στη θεματική, υλοποιήσαμε με την ομάδα μερικές ασκήσεις ενεργοποίησης¹¹⁸ προς αναζήτηση του ομαδικού μας ρυθμού και σύντομα χωριστήκαμε σε μικρότερες ομάδες επιλέγοντας η κάθε υποομάδα τη σκηνή που θα εξερευνούσε θεατρικά. Στη συνέχεια τα μέλη κάθε ομάδας βρέθηκαν στη φάση καταϊγισμού ιδεών και κλήθηκαν να προτείνουν αυθόρμητα ιδέες και σκέψεις για τη δραματοποίηση της σκηνής τους, αναλαμβάνοντας ρόλους και δημιουργώντας εικόνες και ατάκες. Αρχικά δημιουργήθηκαν απλά ακίνητες ομαδικές εικόνες που στη συνέχεια εξελίχθηκαν σε δυναμικές αποκτώντας κίνηση και λόγο¹¹⁹. Παρεμβλήθηκε μια φάση παρουσίασης της δουλειάς της κάθε μικρής ομάδας στο σύνολο των συμμετεχόντων, όπου η ανατροφοδότηση από τους θεατές στάθηκε χρήσιμη για την εξέλιξη των σκηνών και το σταδιακό χτίσιμο των δραματικών ρόλων. Σταδιακά οι σκηνές εμπλουτίστηκαν με νέα βοηθητικά πρόσωπα που στηρίζαν την έκβαση της δράσης, όπως ο εξωγήινος, ο μελλοντικός άνθρωπος, ο Elvis Presley, ο William Shakespeare και ο εφημεριδοπώλης. Οι μαθητές διαχειρίστηκαν τις εικόνες και τους χαρακτήρες που προέκυψαν και συνέθεσαν τελικά οργανωμένες θεατρικές σκηνές με λόγο, ήχους, σκηνικά αντικείμενα και αυτοσχέδια κοστούμια.

Τη δημιουργία των πινακίδων με τα ονόματα των επιστημόνων, που διατηρήθηκαν ως μέρος του θεατρικού κοστούμιού κάθε ρόλου, φιλοτέχνησαν οι μαθητές της Α΄ Λυκείου του τμήματος

¹¹⁸ Νίκος Γκόβας, *Για ένα νεανικό δημιουργικό θέατρο, ασκήσεις παιχνίδια τεχνικές*, Μεταίχμιο, 2003.

¹¹⁹ Augusto Boal, *Games for Actors and Non-Actors*, London: Routledge, 1992

εικαστικών του Σχολείου μας. Ο σκηνικός χώρος ορίστηκε με τη βοήθεια δύο πάγκων μπροστά από την πινακίδα του «Καφέ Κβαντομηχανική» και η δράση διαμορφώθηκε τελικά στις παρακάτω τέσσερις σκηνές :

Πρόσωπα και σκηνές		Σκηνικά αντικείμενα - Δράση - Μότο - Ειδικά χαρακτηριστικά	
Albert Einstein (Σ1)	παίζει σκάκι με Δημόκριτο συζητώντας	«Το πιο ακατανόητο πράγμα στον κόσμο είναι το γεγονός ότι είναι κατανοητός»	γυαλιά, ποδιά εργαστηρίου, περούκα, μουστάκι
εξωγήινος (Σ1)	εμφανίζεται από το πουθενά	Μη ύπαρξη κανόνων	μεταμφίεση
Δημόκριτος (Σ1)	τουβλάκια lego	Η ατομική υπόθεση Παίζει lego	χιτώνας
Richard Feynman (Σ2)	πιατίνα	Η πιο σημαντική φράση στην ιστορία της επιστήμης: «όλα είναι φτιαγμένα από άτομα»	
William Shakespeare (Σ2)	κορνίζα	άφθαρτα	ελισαβετιανό κολάρο
Elvis Presley (Σ2)	κορνίζα σε χρήση κιθάρας	μικροσκοπικά, πολυάριθμα	μεταμφίεση Elvis
Μελλοντικός Άνθρωπος (Σ2)	ηλεκτρονική συσκευή	ανθεκτικά	μεταμφίεση με κεραίες,
δύο ανώνυμοι επιστήμονες (Σ2)	βιβλία Big Bang	θεωρία Big Bang (προς το κοινό)	ποδιές εργαστηρίου
Ernest Rutherford (Σ3)	όπλο Nerf, τρώει σταφιδόψωμο	Ιστορικό πείραμα: Το άτομο είναι 99,999% κενός χώρος	super ήρωας
Niels Bohr (Σ3)	εικόνα πλανητικού μοντέλου, ανεμιστήρας	Κβαντικό άλμα, ανατροπή εικόνας πλανητικού μοντέλου	super ήρωας
Luis de Broglie (Σ4)	μπαλάκια τένις	Στο καφέ «Κβαντομηχανική»	ποδιά εργαστηρίου, διαβάζοντας εφημερίδα
Werner Heisenberg (Σ4)	γάτα	Αρχή απροσδιοριστίας ή αβεβαιότητας 1926	ποδιά εργαστηρίου, διαβάζοντας εφημερίδα
Erwin Schroedinger (Σ4)	γάτα, φιαλίδιο HCN, κουτί A4	Νοητικό πείραμα γάτας 1910	ποδιά εργαστηρίου, διαβάζοντας εφημερίδα
Wolfgang Pauli (Σ4)		Απαγορευτική αρχή 1925	ποδιά εργαστηρίου, διαβάζοντας

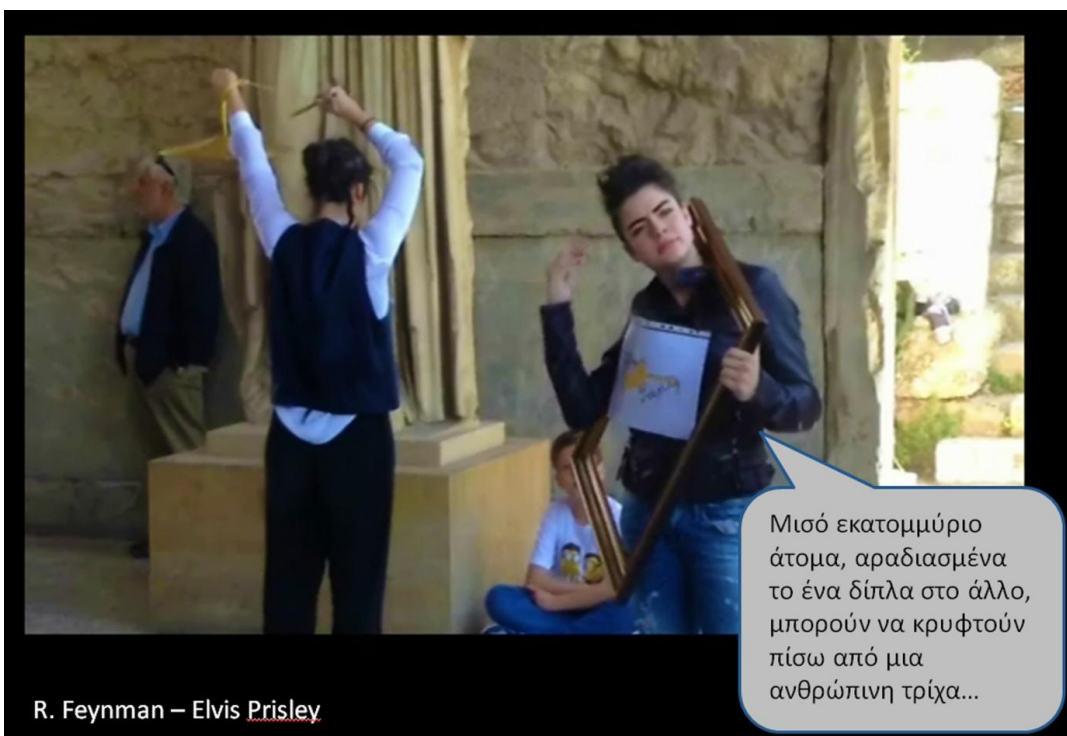
Σκηνή 1η

Ένας εξωγήινος παρακολουθεί με απορία τον Δημόκριτο και τον Albert Einstein να παίζουν σκάκι. Κουβεντιάζουν για την ύπαρξη ή όχι κανόνων που διέπουν τον κόσμο.



Σκηνή 2η

Ο Richard Feynman συνομιλεί με τον William Shakespeare, τον Elvis Presley και έναν άνθρωπο από το μέλλον για το άφθαρτο της ύλης.





Σκηνή 3η

Ο Ernest Rutherford εξηγεί στο κοινό το ιστορικό πείραμά του, με το οποίο απέδειξε την εσωτερική δομή του ατόμου, δηλαδή την ύπαρξη ενός θετικά φορτισμένου πυρήνα και των αρνητικά φορτισμένων σωματιδίων που περιφέρονται σε μεγάλες αποστάσεις, γύρω απ' αυτόν.

Ο Niels Bohr μιλά για κβαντικά άλματα ηλεκτρονίων ανατρέποντας την εικόνα του πλανητικού μοντέλου.

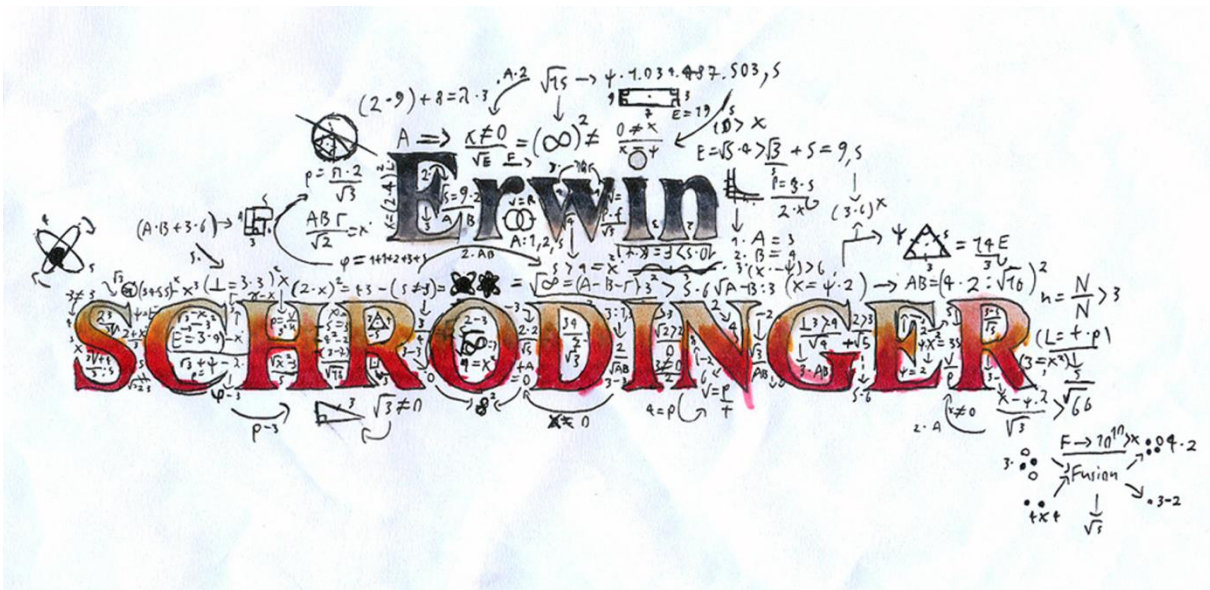


Σκηνή 4η

Ηλεκτρόνια περιστρέφονται με αντίθετο spin και στο «Καφέ Κβαντομηχανική» οι Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger, Luis De Broglie, Wolfgang Pauli συζητούν, πίνοντας τσάι, για την αρχή της απροσδιοριστίας και για το νοητικό πείραμα με τη γάτα, λίγο πριν την έκρηξη της ατομικής βόμβας.



De Broglie - Schrodinger - Pauli – Heisenberg



Παρακάτω παρατίθεται η σύνθεση του κειμένου, το οποίο συνδιαμορφώθηκε από μαθητές και εκπαιδευτικούς κατά την διάρκεια της δημιουργικής διαδικασίας και αποτέλεσε, στην εξέλιξη του, το υλικό για τη δραματοποίηση των σκηνών.

1η σκηνή :

Εξωγήινος : («πέφτει» ξαφνικά στο μέσο της σκηνής και παρατηρεί γύρω του)

Albert Einstein : *(παίζοντας σκάκι με τον Δημόκριτο)*

Το πιο ακατανόητο πράγμα σ' αυτόν τον κόσμο είναι το γεγονός ότι είναι κατανοητός.

Σκεφτείτε πως ένας εξωγήινος επισκέπτεται τη γη και βλέπει δύο ανθρώπους να παίζουν σκάκι. Οι κινήσεις που αυτοί κάνουν πάνω στη σκακιέρα θα του φανούν τόσο παράξενες, ώστε θα εγκαταλείψει αμέσως κάθε προσπάθεια να τις καταλάβει, πολύ περισσότερο αν στον πλανήτη του δεν υπάρχει η έννοια του παιχνιδιού με κανόνες και οι κάτοικοι παίζουν απλά αυτοσχεδιάζοντας και επινοώντας διαρκώς νέες εκδοχές του παιχνιδιού. Αν όμως κάποιος του υποβάλει την τρελή ιδέα ότι οι κινήσεις δεν είναι αυτοσχέδιες ή αυθόρμητες, αλλά υπακούουν σε σταθερούς και σαφείς κανόνες που δεν μπορούν να παραβιαστούν ή να αλλάξουν από τους παίκτες, τότε είναι πιθανό να αρχίσει να παρατηρεί προσεκτικά, να καταγράφει επιμελώς τις κινήσεις, με σκοπό να καταλάβει κάποτε – κάνοντας υποθέσεις και τροποποιώντας αυτές με βάση νεότερες παρατηρήσεις – ποιοι είναι οι κανόνες του μυστηριώδους παιχνιδιού. Ίσως χρειαστούν μερικές γενιές εξωγήινων μελετητών, αλλά στο τέλος οι κανόνες με τους οποίους παίζεται το σκάκι θα γίνουν γνωστοί.

Κάπως έτσι ξεκίνησε η «μηχανή» της επιστημονικής εξήγησης του κόσμου, όταν οι Έλληνες σκέφτηκαν - πρώτα οι ίδιοι και έπειτα έπεισαν όλους εμάς - ότι το παιχνίδι της φύσης υπακούει και παίζεται με κανόνες που μπορούν να αναζητηθούν και τελικά να βρεθούν, ότι τελικά η φύση υπακούει σε συγκεκριμένους κανόνες.

Δημόκριτος : *(παίζοντας με τουβλάκια Lego)*

Η ατομική υπόθεση αναζητά απάντηση στο ερώτημα από τι αποτελείται η ύλη και προτείνει ότι οι δομικοί λίθοι όλων των μορφών της ύλης είναι τα αδιαίρετα και άφθαρτα ά-τομα και οι διαρκείς ανασυνδυασμοί τους.

Είναι το πιο πρόωρο παιδί στην ιστορία των επιστημονικών ιδεών. Γεννήθηκε σχεδόν 2000 χρόνια πριν την ώρα του και χρειάστηκε να περιμένει μέχρι το τέλος του 19ου ή αρχές 20ου αιώνα για την επιστημονική του απόδειξη και οριστική αποδοχή του.

2η σκηνή :

Richard Feynman : *(παίζοντας τύμπανα, πιατίνια ή κάποιο άλλο κρουστό μουσικό όργανο)*

Αν χρειαζόταν να συρρικνώσει κανείς την ιστορία της επιστήμης σε μια μόνο σημαντική φράση αυτή θα ήταν «όλα είναι φτιαγμένα από άτομα», τα άτομα είναι πολυάριθμα, μικροσκοπικά, ανθεκτικά και άφθαρτα.

Μελλοντικός άνθρωπος :

Αν μοιράσουμε μια σταγόνα νερό σε όλους τους ανθρώπους της Γης, ο καθένας θα πάρει περίπου από 300 δισεκατομμύρια μόρια νερού δηλαδή από 300 δισεκατομμύρια άτομα οξυγόνου και 600 δισεκατομμύρια άτομα υδρογόνου.

Elvis Presley : *(χτενίζοντας την διάσημη κόμη του)*

Μισό εκατομμύριο άτομα, αραδιασμένα το ένα δίπλα στο άλλο, μπορούν να κρυφτούν πίσω από μια ανθρώπινη τρίχα.

William Shakespeare :

Τα άτομα συνεχίζουν τη διαδρομή τους αιώνια και όταν πεθαίνουμε η ύλη μας αποσυντίθεται και τα άτομά μας βρίσκουν χρήσεις αλλού – ως μέρος ενός φύλλου, ενός άλλου ανθρώπου ή μιας δροσοσταλίδας.

Δύο ανώνυμοι επιστήμονες : *(προς το κοινό, κρατώντας βιβλία σχετικά με τη θεωρία του Big Bang)*

Κάθε άτομο του σώματός σας έχει επισκεφτεί πολλούς αστέρες και έχει αποτελέσει μέρος εκατομμυρίων οργανισμών πριν καταστεί μέρος σας. Είμαστε όλοι τόσο πλούσιοι σε άτομα και ανακυκλωνόμαστε τόσο αποτελεσματικά μετά τον θάνατό μας, που ένας σημαντικός αριθμός ατόμων μας, ίσως και 1.000.000 για τον καθένα μας, ανήκε κάποτε στον Shakespeare ή σε οποιοδήποτε άλλο ιστορικό πρόσωπο, αρκεί να έχει περάσει από καιρό στην ιστορία, αφού τα άτομα χρειάζονται αρκετές δεκαετίες για να αναδιανεμηθούν. Όχι, δεν έχετε ακόμα πολλά άτομα κοινά με τον Elvis Presley.

3η σκηνή :

Ernest Rutherford : *(Παίζοντας με παιδικό όπλο στοχεύει το πιατίνι)*

Είμαι ο πρώτος ήρωας της ατομικής εποχής. Να γιατί βραβεύτηκα με το βραβείο Nobel Χημείας.

(περιγράφει το ιστορικό πείραμα Rutherford που πραγματοποιήθηκε το 1910)

Βομβάρδισα φύλλα χρυσού με σωμάτια α . Προς μεγάλη μου έκπληξη ορισμένα σωμάτια γυρνούσαν πίσω. Ήταν σαν να είχα πυροβολήσει με βλήμα 15 ιντσών ένα φύλλο χαρτί και το βλήμα να επέστρεφε σε εμένα.

(Ερώτηση προς το κοινό) Πως μπορεί να εξηγηθεί το παραπάνω αποτέλεσμα;

(Ερμηνεύει) Τα σωμάτια που επιστρέφουν προσκρούουν σε κάτι μικρό και πυκνό στην καρδιά του ατόμου, ενώ τα υπόλοιπα περνούν ανεμπόδιστα. Άρα ένα άτομο αποτελείται κυρίως από κενό χώρο και έχει έναν εξαιρετικά συμπαγή πυρήνα στο κέντρο του. Τα πρωτόνια και τα νετρόνια αποτελούν τον πυρήνα του ατόμου. Ο πυρήνας είναι μικροσκοπικός, όμως αφάνταστα πυκνός αφού περιέχει ουσιαστικά το σύνολο της μάζας του ατόμου. Αν ένα άτομο μεγεθυνθεί τόσο ώστε να καταλάβει το χώρο ενός καθεδρικού ναού, ο πυρήνας θα έχει το μέγεθος μιας μύγας. Δηλαδή ένα άτομο είναι κατά 99,999999 % κενός χώρος! Αν αφαιρούσαμε το κενό από όλα τα άτομα ολόκληρη η ανθρωπότητα θα είχε τον όγκο ενός κύβου ζάχαρης!

Η ιδέα ότι τα άτομα αποτελούνται κατά κύριο λόγο από κενό και ότι η αίσθηση της στερεότητας που βιώνουμε γύρω μας δεν είναι παρά μια ψευδαίσθηση, παραμένει μέχρι σήμερα πολύ εντυπωσιακή και είναι η ίδια ιδέα που έκανε τότε και εμένα, τον Ernest Rutherford, να ξύνω απορημένος το κεφάλι μου.

Niels Bohr : *(δείχνει στο κοινό μια εικόνα του πλανητικού μοντέλου και κρατά έναν παιδικό ανεμόμυλο)*

Το Πλανητικό μοντέλο για το άτομο είναι μια εικόνα που δημιουργήθηκε το 1904, και, αν και είναι εντελώς εσφαλμένη, ενέπνευσε γενιές συγγραφέων, επιβίωσε και είναι μέχρι και σήμερα το λογότυπο στην ιστοσελίδα του Ευρωπαϊκού Κέντρου Πυρηνικών Ερευνών (CERN). Ωστόσο, τα ηλεκτρόνια δεν μοιάζουν με πλανήτες σε τροχιά γύρω από ήλιο. Μια διαφορετική πιθανή αναπαράσταση θα ήταν τα φτερά ενός περιστρεφόμενου ανεμιστήρα που κατορθώνουν να γεμίσουν και τη παραμικρή γωνίτσα του χώρου. Υπάρχει ωστόσο μια καίρια διαφορά: τα φτερά του ανεμιστήρα απλώς φαίνονται να είναι παντού ταυτόχρονα ενώ τα ηλεκτρόνια είναι παντού ταυτόχρονα.

Αυτή είναι η συναρπαστική ιδέα του κβαντικού άλματος σύμφωνα με την οποία τα ηλεκτρόνια δεν καταρρέουν πάνω στον πυρήνα επειδή έχουν τη δυνατότητα να κινούνται μόνο σε συγκεκριμένες τροχιές. Έτσι ένα ηλεκτρόνιο που κινείται ανάμεσα σε διαφορετικές τροχιές εξαφανίζεται από τη μία και επανεμφανίζεται αυτόματα σε μια άλλη, χωρίς να διατρέχει τον μεταξύ τους χώρο. Είναι σαν να παρακολουθείς κάποιον να εμφανίζεται ξαφνικά σε συγκεκριμένες τοποθεσίες, χωρίς ποτέ να ταξιδεύει από τη μία τοποθεσία στην άλλη!

4η σκηνή :

(Ο Γάλλος Luis De Broglie, οι Αυστριακοί Erwin Schrödinger και Wolfgang Pauli και ο Γερμανός Ernest Heisenberg συζητούν στο «Καφέ Κβαντομηχανική» πίνοντας τσάι και διαβάζοντας εφημερίδα)

Werner Heisenberg :

Σύμφωνα με την Αρχή της απροσδιοριστίας ή αβεβαιότητας (1926), είναι αδύνατο να προβλέψουμε τη θέση ενός ηλεκτρονίου σε μια δεδομένη στιγμή. Αυτό δεν οφείλεται σε ατέλειες των μηχανημάτων αλλά είναι μια αμετάβλητη ιδιότητα του σύμπαντος. Το μόνο που μπορούμε να καταγράψουμε είναι η πιθανότητα να βρίσκεται κάπου. Διατυπώνοντάς το διαφορετικά, ώσπου να παρατηρηθεί ένα ηλεκτρόνιο πρέπει να θεωρείται ότι βρίσκεται παντού και πουθενά. Ακόμα πιο εντυπωσιακή είναι μια ιδέα που προκύπτει από την απαγορευτική αρχή του Wolfgang Pauli και διατυπώθηκε το 1925.

Wolfgang Pauli : *(αναφέρετε στη Απαγορευτική Αρχή του Pauli και στην ιδιότητα της ιδιοστροφορμής των σωματιδίων)*

Τα υποατομικά σωματίδια σχηματίζουν ζεύγη που, ακόμα κι αν τα χωρίζουν σημαντικές αποστάσεις, είναι σε θέση να «γνωρίζουν» ανά πάσα στιγμή το ένα τι κάνει το άλλο. Είναι σαν να έχεις δύο πανομοιότυπες μπάλες του μπιλιάρδου, μία στην Αθήνα και την άλλη στα νησιά Φίτζι, και τη στιγμή ακριβώς που θέτεις τη μια σε περιστροφική κίνηση, η άλλη αρχίζει να περιστρέφεται προς την αντίθετη κατεύθυνση με την ίδια ακριβώς ταχύτητα.

Erwin Schrödinger : *(κρατώντας μία χνουδωτή γάτα, παιδικό παιχνίδι)*

Θα σας περιγράψω το Νοητικό πείραμα που συνέλαβα και παρουσίασα το 1910.

Μια υποθετική γάτα τοποθετείται σ' ένα κουτί με ένα άτομο ραδιενεργού υλικού προσδεμένο σ' ένα φιαλίδιο με υδροκυάνιο που είναι δηλητήριο. Αν το άτομο διασπαστεί ένας μηχανισμός θα σπάσει το φιαλίδιο και η γάτα θα δηλητηριαστεί. Αν όχι, η γάτα θα παραμείνει ζωντανή. Εμείς όμως δεν είμαστε σε θέση να ξέρουμε τι από τα δύο συμβαίνει και συνεπώς από επιστημονική άποψη δεν μπορούμε παρά να θεωρήσουμε ότι η γάτα είναι ταυτόχρονα 100% νεκρή και 100% ζωντανή!

Luis De Brogli :

Όπως αποδείχθηκε λοιπόν, το άτομο ήταν εντελώς διαφορετικό από την εικόνα που είχαν σχηματίσει γι' αυτό οι άνθρωποι. Το άτομο δεν έχει ένα σκληρό και γυαλιστερό περίβλημα Η συμπεριφορά του

προσομοιάζει περισσότερο σ' αυτή του νέφους δηλαδή μια περιοχή στατιστικών πιθανοτήτων που οριοθετεί το χώρο πέρα από τον οποίο σπάνια βρίσκεται ένα ηλεκτρόνιο. Σκεφτείτε μια χνουδωτή μπάλα του τένις, αλλά ούτε αυτή ούτε τίποτε άλλο που έχουμε δει μπορεί να το περιγράψει. ...

Περί τα μέσα της δεκαετίας του '40 οι επιστήμονες πίστευαν πως είχαν φτάσει στο σημείο να κατανοήσουν σε μεγάλο βαθμό το άτομο όπως απέδειξαν - με ολέθρια αποτελεσματικότητα - τον Αύγουστο του 1945, με την ρίψη ενός ζευγαριού ατομικές βόμβες στην Ιαπωνία.

Παιδί με εφημερίδες :

(Ανακοινώνει την είδηση της ρίψης της ατομικής βόμβας στη Χιροσίμα)

Εφημερίδες, εφημερίδες. Ατομική βόμβα στη Χιροσίμα. Χιλιάδες άνθρωποι και ζώα νεκρά....

(πυρηνική έκρηξη επί σκηνής, ηχητικό εφέ και κινησιολογικό δρώμενο με θέμα τη διάσπαση του ατόμου από πρωτόνια, νετρόνια και περιστρεφόμενα ηλεκτρόνια.)

Ωστόσο, το τέλος της περιπέτειας «Σε αναζήτηση του ατόμου» δεν έχει ακόμα γραφτεί.

Συμπεράσματα :

Μέσα από την εμπλοκή τους στη δημιουργική διαδικασία οι συμμετέχοντες μαθητές εξοικειώθηκαν με την επιστημονική ορολογία των υποθεμάτων, με το έργο σημαντικών επιστημόνων και την συνεισφορά αυτών στην ιστορία της επιστήμης γύρω από την ατομική θεωρία.

Μέσω της διάκρισης ανάμεσα στην ατομική υπόθεση και στην ατομική θεωρία κατανόησαν την αναγκαιότητα της απόδειξης στην επιστημονική έρευνα και τοποθέτησαν στη γραμμή του χρόνου τα διαδοχικά επεισόδια της εξέλιξης της επιστημονικής γνώσης.

Μέσω της προσπάθειας δραματοποίησης των επεισοδίων κατάφεραν να διαγράψουν υπάρχοντα, συχνά λανθασμένα, νοητικά μοντέλα και να σχηματίσουν νέα, περισσότερο ακριβή μοντέλα δυσνόητων εννοιών. Επιπλέον, αναζήτησαν τρόπους οπτικοποίησης τους ώστε να καταφέρουν να τα καταστήσουν κατανοητά τόσο στους ίδιους όσο και στους θεατές του δρώμενου.

Στο τομέα της θεατρικής / σκηνοθετικής σύνθεσης και συνεργασίας κατάφεραν να προάγουν την ελεύθερη, δημιουργική και επαγωγική σκέψη τους και να κατανοήσουν και να αναγνωρίσουν την ομαδική δουλειά σαν προϋπόθεση κάθε επιτυχημένης θεατρικής δράσης

Μέσα από αυτή, και άλλες παρόμοιες μελλοντικές δράσεις, θέτουμε σαν ευρύτερο στόχο το να αντιληφθούν οι μαθητές μας :

- την επιστήμη ως μια δημιουργική δύναμη που διέπει τον κόσμο και ως σημαντικό επίτευγμα του ανθρώπινου πολιτισμού
- την επιστημονική μέθοδο ως δικαίωμα στην αμφιβολία και ως υποχρέωση του επιστήμονα αλλά και του ατόμου στην ελεύθερη σκέψη και
- την αναγνώριση της εμπειρικής πραγματικότητας ως μοναδικής αυθεντίας.¹²⁰

Βιβλιογραφία

Άβρα Αυδή, Μελίνα Χατζηγεωργίου, *Η Τέχνη του Δράματος στην Εκπαίδευση*, Μεταίχμιο, 2007, σελ. 19, σελ. 53.

Νίκος Γκόβας, *Για ένα νεανικό δημιουργικό θέατρο, ασκήσεις παιχνίδια τεχνικές*, Μεταίχμιο, 2003.

Στέφανος Τραχανάς, *Το φάντασμα της όπερας, η επιστήμη στον πολιτισμό μας*, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, Προοπτικές, 2014, σελ. 69.

Augusto Boal, *Games for Actors and Non-Actors*, London: Routledge, 1992

Bill Bryson, *A short History of Nearly Everything*, 2003, [Μικρή ιστορία περί των πάντων (σχεδόν)], Μετάφραση Ανδρέας Μιχαηλίδης και Τεύκρος Μιχαηλίδης, Πόλις 2006, σελ. 194.

Rosalind Driver, Ann Squires, Peter Rushworth, Valerie wood-Robinson, [Οικο-Δομώντας τις έννοιες των Φυσικών Επιστημών, Μια Παγκόσμια Σύνοψη των Ιδεών των Μαθητών] Μετάφραση Μαρία Χατζή, Τυπωθήτω, Γιώργος Δαρδάνος, 2000, σελ. 184.

¹²⁰ Στέφανος Τραχανάς, *Το Φάντασμα της Όπερας, η επιστήμη στον πολιτισμό μας*, Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, Προοπτικές, 2014.

ΤΕΛΟΣ 6^{ης} ΣΥΝΕΔΡΙΑΣ