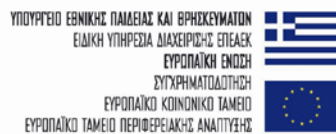


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ  
«Αναλυτικά Προγράμματα Μαθησιακών Δυσκολιών-Ενημέρωση-  
Ευαισθητοποίηση»

## ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΕΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΤΙΣ ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΣΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ

ΣΧΕΔΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ  
ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ

Μ. Τζεκάκη, Γ. Μπάρμπας, Γ. Καλκάνης



## Πίνακας περιεχομένων

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ.....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Διαγνωστικό κριτήριο.....	17
Τεστ Αξιολόγησης.....	18
Δραστηριότητα 1 .....	20
Δραστηριότητα 2 .....	21
Δραστηριότητα 3 .....	22
Δραστηριότητα 4 .....	23
Δραστηριότητα 5 .....	24
Δραστηριότητα 6 .....	25
Μάθημα 1 <sup>ο</sup> .....	26
Οδηγίες προς τον εκπαιδευτικό: .....	26
Δραστηριότητα 1 .....	28
Δραστηριότητα 2 .....	29
Δραστηριότητα 3 .....	30
Δραστηριότητα 4 .....	31
Δραστηριότητα 5 .....	32
Μάθημα 2 <sup>ο</sup> .....	33
Οδηγίες προς τον εκπαιδευτικό .....	33
Μάθημα 2 <sup>ο</sup> .....	35
Δραστηριότητα 1α.....	35
Μάθημα 2 <sup>ο</sup> .....	36
Δραστηριότητα 1β.....	36
Μάθημα 2 <sup>ο</sup> .....	37
Δραστηριότητα 2 .....	37
Μάθημα 2 <sup>ο</sup> .....	38
Δραστηριότητα 2 α.....	38
Μάθημα 2 <sup>ο</sup> .....	39
Δραστηριότητα 2 β.....	39
Μάθημα 2 <sup>ο</sup> .....	40
Δραστηριότητα 3 α .....	40
Μάθημα 2 <sup>ο</sup> .....	41
Δραστηριότητα 3 β .....	41
Μάθημα 3 <sup>ο</sup> .....	46
Δραστηριότητα 1 .....	46
Δραστηριότητα 2 .....	47
Δραστηριότητα 3 α.....	48
Δραστηριότητα 3 β .....	49
Μάθημα 4 <sup>ο</sup> -5 <sup>ο</sup> .....	50

Οδηγίες.....	50
Μάθημα 5 <sup>ο</sup> .....	52
Δραστηριότητα 3 .....	52
Μάθημα 7 <sup>ο</sup> .....	53
Δραστηριότητα 1 .....	53
Δραστηριότητα 2 .....	54
Δραστηριότητα 3 .....	55
Δραστηριότητα 4 .....	56
Μάθημα 8 <sup>ο</sup> .....	57
Δραστηριότητα 1 .....	57
Δραστηριότητα 2 .....	58
Δραστηριότητα 3 .....	59
Δραστηριότητα 4 .....	60
Μάθημα 9 <sup>ο</sup> .....	61
Δραστηριότητα 1 .....	61
Δραστηριότητα 3 .....	62
Μάθημα 10 <sup>ο</sup> Δραστηριότητα 1.....	64

## Εισαγωγή

Οι μαθησιακές δυσκολίες αφορούν μια ομάδα πληθυσμού «φυσιολογικής» νοημοσύνης που βασικό της χαρακτηριστικό είναι η ανισομέρεια μεταξύ των γνωστικών λειτουργιών καθώς και ανάμεσα στις γνωστικές λειτουργίες και στη σχολική επίδοση. Σε ό,τι αφορά την επίδοση οι δυσκολίες μπορεί να εμφανιστούν στη γλώσσα, στην ανάγνωση, γραφή καθώς και στα μαθηματικά. Οι δυσκολίες στα μαθηματικά αποτελούν τη λιγότερο μελετημένη μορφή μαθησιακών δυσκολιών, γιατί αφενός δεν εντοπίζονται συχνά αμιγώς περιπτώσεις με δυσκολίες αποκλειστικά στα μαθηματικά και αφετέρου στη μαθηματική επάρκεια υπεισέρχονται ποικίλοι ενδογενείς και εξωγενείς παράγοντες.

Μια περίπτωση μαθησιακών δυσκολιών είναι η ειδική διαταραχή στην *αριθμητική* (dyscalculia). Για τη διαταραχή αυτή μπορούμε να μιλάμε, εφόσον ο μαθητής εντάσσεται στις προϋποθέσεις του παραπάνω ορισμού και εμφανίζει σοβαρά προβλήματα μόνο στο πεδίο των μαθηματικών και όχι πρωτογενώς σε άλλους τομείς της σχολικής μάθησης και ιδιαίτερα σ' αυτόν του προφορικού και γραπτού λόγου. Τα προβλήματα αυτά, επίσης, πρέπει να εντοπίζονται σε συγκεκριμένα πεδία των μαθηματικών (όπως αυτό της μέτρησης ή της έννοιας του αριθμού και του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος ή των υπολογισμών και των πράξεων ή της χρήσης μαθηματικών συμβόλων, κ.α.) και όχι στο σύνολο των σχολικών μαθηματικών, τα οποία περιλαμβάνουν πολλά και διαφορετικού χαρακτήρα πεδία (έννοιες, συλλογισμός, στρατηγικές, οργάνωση, κ.α.) (Μαρκοβίτης, Τζουριάδου, 1991). Προοδευτικά η ειδική αυτή διαταραχή έχει συνήθως επιπτώσεις συνολικά στη μάθηση των μαθηματικών αλλά και ευρύτερα στη σχολική μάθηση. Η ειδική διαταραχή στα μαθηματικά εντοπίζεται κυρίως στις μικρές ηλικίες (πρώτες τάξεις του δημοτικού). Καθώς οι μαθητές περνούν από την παιδική στην εφηβική ηλικία πολλά από τα χαρακτηριστικά της αρχικής συμπτωματολογίας της διαταραχής βαθμιαία υποχωρούν ή ακόμα και εξαφανίζονται. Παραμένουν όμως οι συνέπειές τους και στα τρία επίπεδα: των σχολικών γνώσεων, των στρατηγικών και των μαθησιακών συμπεριφορών και κινήτρων. Πρέπει, ωστόσο να επισημάνουμε, ότι η ειδική διαταραχή στην αριθμητική, διαχωρισμένη από άλλες περιπτώσεις ειδικών διαταραχών, εμφανίζεται με πολύ μικρή συχνότητα και κατά τούτο τα σχετικά ερευνητικά δεδομένα είναι περιορισμένα και συχνά αμφιλεγόμενα. Συχνά τα χαρακτηριστικά αυτής της διαταραχής επικαλύπτονται με άλλα εξωγενή (διδασκαλία, διαμόρφωση προσωπικότητας και κινήτρων) γεγονός που καθιστά τη μελέτη τους ιδιαίτερα σύνθετη και δύσκολη (Lerner, 1993).

Δυσκολίες και εμπόδια στην απόκτηση της σχολικής μαθηματικής γνώσης μπορεί να προέρχονται από άλλες περιπτώσεις ειδικών διαταραχών (μαθησιακών δυσκολιών). Έχει παρατηρηθεί ότι προβλήματα στην οπτικο-κινητική αντίληψη συνδέονται με δυσκολίες στην ικανότητα της μέτρησης, της ταξινόμησης, της σύγκρισης και της «ένα προς ένα» αντιστοίχισης. Οι αντιληπτικές διαταραχές σε ορισμένες περιπτώσεις συνδέονται με δυσκολίες στην κατανόηση των συμβόλων ή με ανεπάρκεια στο συνδυασμό οπτικών και ακουστικών συμβόλων (Johnson, Myklebust, 1967). Διαταραχές στην αντίληψη των σχέσεων στο χώρο συνδέονται με αντίστοιχες έννοιες στα μαθηματικά. Διαταραχές στην ανάπτυξη του λόγου ή της αναγνωστικής ικανότητας συνδέονται με δυσκολίες στην απόκτηση μαθηματικών εννοιών (Kosc, 1974, Lerner, 1993, Rourke 1993). Η αδυναμία γρήγορης και αυτόματης ανάκλησης των

αριθμητικών πράξεων καθώς και οι δυσκολίες στον αυτοματισμό βασικών αριθμητικών δεξιοτήτων, σύμφωνα με ορισμένους ερευνητές, συνδέονται με αδυναμίες στις λειτουργίες της μνήμης (Shafir, Siegel, 1994, Ackerman, Anhalt, Dykman, 1986).

Κοινό και βασικό χαρακτηριστικό όλων των περιπτώσεων των μαθησιακών δυσκολιών είναι η ατελής ή καθόλου ανάπτυξη στρατηγικών στους τομείς όπου εκδηλώνονται οι συγκεκριμένες δυσκολίες μάθησης. Ενώ, δηλαδή, ο μαθητής διαθέτει τις απαιτούμενες νοητικές ικανότητες, δεν αναπτύσσει τις κατάλληλες στρατηγικές που θα επιτρέψουν τη σύνθεση των στοιχείων της προϋπάρχουσας γνώσης από κοινού με τα νέα δεδομένα για την οικοδόμηση της καινούριας γνώσης (Τζουριάδου, 1995). Έτσι, για παράδειγμα, δεν αναπτύσσει αποτελεσματικές στρατηγικές για την αποκωδικοποίηση των γλωσσικών συμβόλων ή για την επεξεργασία των λεκτικών ερεθισμάτων ή για την εννοιολογική συσχέτιση ή για την αυτοματοποίηση των αριθμητικών υπολογισμών, κ.α. Η απουσία ή η ατελής ανάπτυξη στρατηγικών συνεπάγεται την αδυναμία οικοδόμησης εννοιών, γεγονός το οποίο με τη σειρά του δυσχεραίνει στο επόμενο βήμα ακόμη περισσότερο τη μαθησιακή προσπάθεια του παιδιού. Με δεδομένο τον εξελικτικό και συσσωρευτικό χαρακτήρα της σχολικής μάθησης, οι αδυναμίες στο επίπεδο των μεθόδων επεξεργασίας και στρατηγικών διαμορφώνουν προοδευτικά σημαντικές ελλείψεις και στο επίπεδο των σχολικών γνώσεων. Επιπλέον η συστηματική δυσκολία ή αποτυχία στην ολοκλήρωση των σχολικών εργασιών δημιουργεί αρνητικά συναισθήματα, κίνητρα και απόψεις για τον εαυτό και τη σχολική μάθηση.

Παρόμοια χαρακτηριστικά εμφανίζουν και πολλοί μαθητές με σχολικές δυσκολίες δίχως διαγνωσμένες ανεπάρκειες. Κοινωνικοί, πολιτισμικοί και κυρίως εκπαιδευτικοί παράγοντες ευθύνονται για την αδυναμία πολλών μαθητών να διαθέτουν τις απαιτούμενες από το σχολείο μεθόδους εργασίας και επεξεργασίας των σχολικών έργων, καθώς και στρατηγικές και τρόπους σκέψης. Οι ίδιοι παράγοντες ευθύνονται για την απουσία νοήματος στις διδασκόμενες σχολικές γνώσεις, για τη διαμόρφωση αρνητικών κινήτρων και μαθησιακών συμπεριφορών (Μπάρμπας, 2007).

Είναι σημαντικό να επισημάνουμε τη διάκριση ανάμεσα στις μεθόδους επεξεργασίας και στρατηγικές αφενός, από τις «τεχνικές» και τα «τεχνάσματα» που έχει συχνά υπόψη του ο εκπαιδευτικός ως βοήθεια για τους μαθητές του. Δίχως να υποβαθμίζεται η αξία αυτών των ειδικών τεχνικών, το κύριο πρόβλημα για τους περισσότερους μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά είναι η αδυναμία τους να επεξεργαστούν μόνοι τους αποτελεσματικά και με λογικό νόημα τα μαθηματικά έργα που αντιμετωπίζουν στο σχολείο. Έτσι για παράδειγμα, η αντιμετώπιση ενός προβλήματος όπως «Ο μαθητής εκτελεί τις πράξεις με το 0 σαν να μην το βλέπει» μπορεί ίσως να συνδέεται με κάποιες ειδικές οπτικο-αντιληπτικές ανεπάρκειες, σίγουρα όμως συνδέεται με εννοιολογικά εμπόδια σχετικά με το 0. Αν το προσεγγίσουμε από αυτή την οπτική γωνία, αντί για τη διδασκαλία «τεχνασμάτων» μπορεί ευκολότερα να υποστηριχθεί ο μαθητής στη κατανόηση του ρόλου του 0 στη γραφή των αριθμών μέσα από τη δημιουργία κατάλληλων συνθηκών που τον βοηθούν να διακρίνει μόνος του αυτό το ρόλο. Αντίστοιχα οι διάφορες κατηγορίες λαθών (Miller, 1996), οφείλονται τόσο στις ιδιαίτερες διαδικασίες σκέψης που χρησιμοποιεί ο κάθε μαθητής (Lorenz, 1990), όσο και στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των μαθηματικών εννοιών και εφαρμογών μέσα από τις οποίες θα ήταν άλλωστε εφικτή και η αντιμετώπισή τους.

Οι διαπιστώσεις αυτές μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι οι μαθητές με σοβαρές δυσκολίες στα σχολικά μαθηματικά - είτε αυτές συνδέονται με ειδικές διαταραχές (μαθησιακές δυσκολίες) είτε με εξωγενείς παράγοντες - εμφανίζουν παρόμοια χαρακτηριστικά στη διαδικασία της σχολικής μάθησης, τα οποία είναι και τα πιο σημαντικά γι' αυτήν. Αυτό ενισχύει την άποψη ότι ο ορθότερος και αποτελεσματικότερος παιδαγωγικός προσανατολισμός για την αντιμετώπιση των σχολικών δυσκολιών στα μαθηματικά αυτών των μαθητών είναι η κοινή μαθησιακή δραστηριότητα μέσα στην τάξη, με την προϋπόθεση ότι αυτή θα είναι σε θέση να καλύψει τις ανάγκες των μαθητών σχετικά με την ανάπτυξη των δικών τους δυνατοτήτων να επεξεργάζονται και να οικοδομούν τη σχολική γνώση, παράλληλα με τη διαμόρφωση νοήματος και θετικών κινήτρων.

Ο προσανατολισμός αυτός δεν αναιρεί την ανάγκη της επιπλέον ειδικής διδασκαλίας εκτός τάξης στις περιπτώσεις όπου η φύση και η ένταση των μαθησιακών δυσκολιών το απαιτεί. Αυτό μπορεί και πρέπει να προκύπτει από τη συστηματική παιδαγωγική και διεπιστημονική αξιολόγηση του συγκεκριμένου μαθητή. Σε κάθε όμως περίπτωση η συμμετοχή στο κοινό πρόγραμμα της τάξης δεν σχετίζεται με την υλοποίηση κάποιου ειδικού παιδαγωγικού προγράμματος, δεν στοχεύει στην άμεση αντιμετώπιση κάποιας διαταραχής αλλά στην ενίσχυση της προσπάθειας του μαθητή, από κοινού με όλους τους συμμαθητές του, να αποκτήσει την ικανότητα «να μάθει πώς να μαθαίνει», καθώς επίσης και στην ενίσχυση της κοινής συλλογικής ταυτότητας του μέλους της σχολικής ομάδας. Αυτές είναι ανάγκες πρώτης προτεραιότητας και μόνο η συμμετοχή στην κοινή μαθησιακή δραστηριότητα της τάξης, υπό τις προϋποθέσεις που αναφέρθηκαν, μπορεί να τις ικανοποιήσει.

Για όλους τους λόγους που αναλύθηκαν, στο συγκεκριμένο βοήθημα ακολουθούμε μια κατεύθυνση, στην οποία συγκλίνουν πολλές σύγχρονες απόψεις για τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες Δεν δοκιμάζουμε να «διδάξουμε» Μαθηματικά με διαφορετικούς τρόπους ή με τη χρήση διαφόρων τεχνασμάτων, αλλά συστηματοποιούμε δραστηριότητες και διδακτικές καταστάσεις που παίρνοντας υπόψη τις ειδικές δυσκολίες των παιδιών όπως και τις προηγούμενες γνώσεις και εμπειρίες τους επιτρέπουν με αυτενέργεια να ξεπεράσουν τα ελλείμματα τους στη μαθηματική μάθηση. Με τον τρόπο αυτό, εκτός από τις σχολικές του σπουδές, θα αναπτύξουν δεξιότητες που θα τους επιτρέψουν, να γνωρίσουν, να αντιμετωπίσουν, να ερμηνεύσουν, να κατανοήσουν, να ελέγξουν καταστάσεις και να λειτουργήσουν με αποτελεσματικό τρόπο την καθημερινή τους ζωή (Τζεκάκη, 2000, Μπάρμπας 2001, Μπάρμπας, 2007).

Με άλλα λόγια προσαρμόζουμε τους στόχους και το υλικό του προγράμματος με βάση:

- Τα *ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των παιδιών* που αντιμετωπίζουμε, τα οποία μας δίνουν τις ειδικές δυσκολίες και κριτήρια για την επιλογή του υλικού που θα επιλεγεί για την προσέγγιση των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών που μας ενδιαφέρει.
- Τα *ίδια τα χαρακτηριστικά των μαθηματικών εννοιών*, τις ιδιαιτερότητες τους, τις συνθήκες ανάπτυξής τους, το εννοιολογικό πλαίσιο αναφοράς, τα οποία μας δίνουν τους τρόπους με τους οποίους μπορεί να αντιμετωπιστούν οι δυσκολίες αυτές.

Συγκεκριμένα, κατά θεματική ενότητα εντοπίζονται τα ελλείμματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στις ιδιαίτερες έννοιες και τις διαδικασίες που εμπλέκονται, δηλαδή τα σημεία από τα οποία ξεκινούν τα μαθησιακά του ελλείμματα. Στη συνέχεια, αναλύονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των εννοιών και με αφετηρία αυτά προτείνονται οι κατάλληλες δραστηριότητες μέσα από τις οποίες οι μαθητές θα οικοδομήσουν το νόημα που έχουν οι σχετικές έννοιες ή διαδικασίες. Για το κάθε ένα από τα μαθησιακά ελλείμματα, υποδεικνύονται δραστηριότητες και υλικό που μπορούν να στηρίξουν το ξεπέρασμά τους (Τζουριάδου, 1995).

Με την έννοια αυτή, η Προσαρμογή του Προγράμματος αφορά μία πιο συστηματική ανάλυση στόχων σε επίπεδα που προσδιορίζουν οι μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες και ενδιαφερόμαστε να αναπτύξουν οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες.

### **Διδασκαλία και μάθηση μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών: νέες διδακτικές προσεγγίσεις**

Τα Μαθηματικά αποτελούν ένα υψηλό πνευματικό δημιούργημα του ανθρώπου με πολλές ιδιαιτερότητες συγκριτικά με άλλες γνώσεις που αναπτύσσουν τα παιδιά. Ως η πιο σημαντική από τις ιδιαιτερότητες αυτές μπορεί να θεωρηθεί η δημιουργία και η ενασχόληση της μαθηματικής επιστήμης με νοερά αντικείμενα. Οι μαθηματικές έννοιες είναι απόλυτα αφηρημένες, ιδεατές οντότητες (ως ιδέες και ως ιδεώδη) οι οποίες παίρνουν τη σημασία τους από τους ορισμούς τους στο εσωτερικό της επιστήμης.

Για το λόγο αυτό οι συνθήκες ανάπτυξής τους στην αντίληψη των μαθητών είναι πολύπλοκες και οι περισσότεροι μαθητές συναντούν σοβαρές δυσκολίες στην κατανόηση και τη διαχείρισή τους.

Ωστόσο οι μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες εμπλέκονται σε όλες τις καθημερινές δραστηριότητες των ανθρώπων και είναι απόλυτα απαραίτητες για τη λειτουργία τους μέσα στην κόσμο. Για το λόγο άλλωστε αυτό, είναι απαραίτητο να βοηθήσουμε τα παιδιά να αναπτύξουν ορισμένες από αυτές τις έννοιες και διαδικασίες.

Τα τελευταία χρόνια διαμορφώνεται μια κοινή αντίληψη για τον τρόπο διδασκαλίας των Μαθηματικών, μέσα από την οποία οι μαθητές κατακτούν το νόημα των Μαθηματικών.

Ο μαθητής δεν αντιμετωπίζεται πλέον ως αποδέκτης μαθηματικών πληροφοριών που του προσφέρονται από τον διδάσκοντα με τη μορφή αφήγησης ή ερωταπόκρισης αλλά κατασκευάζει δυναμικά τη γνώση. Με τον τρόπο αυτό, καλείται να διαμορφώσει μια δική του μαθηματική συμπεριφορά μέσα από την οργάνωση της προσωπικής δραστηριοποίησης και των εμπειριών του. Η *θεωρία οικοδόμησης της γνώσης* είναι η γνωστική θεωρία που συνεισφέρει προς την κατεύθυνση αυτή (von Glaserfeld, 1991, Ernest, 1995).

Την ίδια όμως στιγμή διατυπώνονται ερωτήματα και αναπτύσσονται ερευνητικοί προβληματισμοί για το περιεχόμενο και την οργάνωση των μαθηματικών δραστηριοτήτων με τρόπο ώστε να συνδέουν τις άτυπες με τις τυπικές έννοιες και διαδι-

κασίες. Είναι γενικά αποδεκτό ότι η δημιουργία μιας μαθηματικής γνώσης απαιτεί κατάλληλα διαμορφωμένες διδακτικές καταστάσεις, οι οποίες σχεδιάζονται ειδικά για κάθε έννοια (βλ. σχετικά *θεωρία των διδακτικών καταστάσεων*, Brousseau, 1996). Άλλωστε, για την ανάπτυξη κάθε μαθηματικής έννοιας και ανάλογα με το επίπεδο και την ηλικία των μαθητών, απαιτείται η δημιουργία δραστηριοτήτων και προβλημάτων που να προκαλούν στους μαθητές την κατασκευή της συγκεκριμένης κάθε φορά γνώσης.

Την άποψη αυτή συμπληρώνει η έννοια του εννοιολογικού πεδίου, στη βάση της οποίας μια μαθηματική γνώση δεν μπορεί να οικοδομηθεί μέσα από μία ή μερικές δραστηριότητες αλλά μέσα από ένα σύνολο καταστάσεων και προβλημάτων στα οποία η έννοια λειτουργεί και παίρνει το νόημά της (Vergnaud, 1996). Πάνω στα θέματα αυτά η επιστημονική κοινότητα της Διδακτικής των Μαθηματικών μελετά επί χρόνια παραδείγματα και εφαρμογές.

Οι σύγχρονες αντιλήψεις για τη διδασκαλία και μάθηση στηρίζονται ιδιαίτερα σε μια επικοδομιστική υπόθεση σύμφωνα με την οποία το ίδιο το υποκείμενο κατασκευάζει δυναμικά τη γνώση, οργανώνοντας το δικό του εμπειρικό κόσμο. Κατά συνέπεια και η μαθηματική μάθηση απαιτεί την εμπλοκή του μαθητή και την ανάπτυξή του μέσα σε ένα κατάλληλο οργανωμένο *περιβάλλον μαθηματικής εμπειρίας* (Nesher & Kilpatrick, 1990, Cobb et al., 1996) το οποίο αποτελεί ένα σύνολο από υλικές και νοητικές προϋποθέσεις (ειδικά σχεδιασμένες για κάθε έννοια) που δημιουργούν τις απαραίτητες συνθήκες για την προσέγγιση των εννοιών που επιδιώκουμε. Δρώντας μέσα σε αυτό το περιβάλλον ο μαθητής *έχει την ευκαιρία* να εμπλακεί με δραστηριότητες που τον φέρνουν σε επαφή με μαθηματικές γνώσεις, διαδικασίες και ικανότητες (Cobb et al., 1996, Aubrey, 1997).

Για το λόγο αυτό, τα σύγχρονα προγράμματα σπουδών προσανατολίζονται σε μία διδακτική μεθοδολογία που στηρίζεται στις δραστηριότητες.

### **Τι είναι όμως μία μαθηματική δραστηριότητα;**

Δραστηριότητα είναι μια κατάσταση κατά την οποία το άτομο καλείται να δράσει, να αποφασίσει να επιλέξει, να κατασκευάσει, κλπ. Για τη δράση αυτή κινητοποιεί την προηγούμενη γνώση, η οποία αν δεν είναι επαρκής, το άτομο την επανεξετάζει, την επανοργανώνει ή την διευρύνει (Nesher & Kilpatrick, 1990, Cobb et al., 1996).

Το πρώτο λοιπόν από τα χαρακτηριστικά μιας μαθηματικής δραστηριότητας είναι η *δράση*. Δράση σημαίνει εύρεση λύσης σε ένα πρόβλημα, στρατηγικών σε ένα παιχνίδι, κατασκευή, απόφαση κλπ. και προϋποθέτει τη χρήση καταστάσεων, παιχνιδιών, υλικού που συνδέονται με την έννοια που θέλουμε να αναπτύξουμε και προτρέπουν το παιδί να συμμετέχει, να σκεφθεί και να ασχοληθεί με τη σχετική έννοια. Προϋποθέτει δηλαδή την ατομική, νοητική δραστηριοποίηση του. Αν ο μαθητής “εμπλακεί” ουσιαστικά σε μια φάση της διδακτικής κατάστασης που προτείνουμε, τότε λειτουργεί όπως ο ίδιος αντιλαμβάνεται και πολλές φορές ανεξάρτητα από το τι θα ήθελε ή τι θα περίμενε ο διδάσκων από αυτόν. Μέσα σε αυτό το πλαίσιο παρατηρεί, επιλέγει, αποφασίζει, παράλληλα όμως εκφράζει με λόγια ή άλλα αναπαραστατικά



μέσα, διατυπώνει αυτό που κάνει, αναπτύσσει στρατηγικές που το βοηθούν, όπως άλλωστε επιβεβαιώνει τη δράση του ή την απόφασή του, διορθώνει σε περιπτώσεις λάθους.

Είναι γνωστό ότι η ίδια η ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών από τον άνθρωπο στηρίχθηκε στην αναγκαιότητα αντιμετώπισης καταστάσεων και προβλημάτων για την ερμηνεία, την κατανόηση και τον έλεγχο του κόσμου που μας περιβάλλει. Με τον ίδιο τρόπο επιδιώκουμε να αναπτύξουμε ανάμεσα στους μαθητές και τις μαθηματικές έννοιες μια σχέση ανάπτυξης και χρήσης εννοιών και διαδικασιών που του επιτρέπουν με αποτελεσματικό τρόπο να γνωρίσει, να αντιμετωπίσει τις καταστάσεις και τα προβλήματα που συναντά.

Για το λόγο αυτό είναι σημαντική η έννοια των κινήτρων και της αναγκαιότητας ανάπτυξης μιας γνώσης που οδηγούν τα παιδιά να ασχοληθούν με μια προτεινόμενη δραστηριότητα, να συμφωνήσουν με τη χρησιμότητα στη γνώση που απαιτείται και να είναι πρόθυμοι να επενδύσουν χρόνο και προσπάθεια για να την αποκτήσουν. Εκτός από την ίδια τη γνώση, μια τέτοια διαδικασία ενισχύει τις αντιλήψεις των παιδιών για την *αυτό-αποτελεσματικότητά* τους<sup>1</sup> (self efficacy) καθώς και για την αξία της μάθησης.

Μια δραστηριότητα που είναι προσανατολισμένη προς την κατεύθυνση της ανάπτυξης μιας νέας γνώσης είναι απαραίτητο να οδηγεί τα παιδιά σε μια κατάσταση *προβληματισμού*. Το στοιχείο αυτό θα πρέπει να εξασφαλίζεται τόσο με το θέμα που βάζει προς διαπραγμάτευση (στο επίπεδο και στον τρόπο σκέψης του παιδιού) όσο και με το πλαίσιο στο οποίο είναι οργανωμένη η δραστηριότητα (θέμα, σενάριο και υλικό) ώστε να ενθαρρύνει την εμπλοκή του παιδιού.

Στο πλαίσιο μιας δραστηριότητας, η *διατύπωση με λόγια* της δράσης της απόφασης ή της επιλογής είναι σημαντική γιατί οδηγούν τους μαθητές να εκφράσουν ρητά αυτά που έχουν κάνει και κατά συνέπεια να αποκτήσουν συνείδηση των εννοιών με τις οποίες έρχονται σε επαφή. Η μεταφορά των εννοιών από το επίπεδο της δράσης στο επίπεδο των λέξεων αποτελεί κλειδί για την προσέγγισή τους.

Σύμφωνα με τον Bruner (1990) «*η γλώσσα δεν αναπτύσσεται μέσα από το ρόλο του ακροατή, αλλά μέσα από τη χρήση της. Το να εκτεθεί κανείς στη ροή της γλώσσας δεν είναι τόσο σημαντικό όσο το να την χρησιμοποιήσει μέσα στην πράξη*». Το παιδί πρέπει να ενθαρρύνεται να εκφράζει τις ιδέες του, να τις συνδέει, να ρωτάει και να δίνει απαντήσεις, να ακούει και να ακολουθεί οδηγίες, να συζητά, να ερμηνεύει και να επεξηγεί, να κρίνει, να εικάζει, να εκτιμά.

Ο έλεγχος στο αποτέλεσμα μιας απόφασης ή μίας δράσης είναι επίσης απαραίτητος για την ολοκλήρωση της δραστηριότητας. Η διόρθωση του λάθους όμως δεν μπορεί να γίνει από το δάσκαλο, γιατί όπως η δημιουργία της λανθασμένης γνώσης πραγματοποιείται από το ίδιο το υποκείμενο-παιδί, έτσι και η διόρθωση της θα πραγματοποιηθεί από αυτό. Δεδομένου μάλιστα ότι το λάθος ή η ελλιπής γνώση ή-

---

<sup>1</sup> Η αυτό-αποτελεσματικότητά ορίζεται ως η πίστη του ατόμου στις ικανότητές του να οργανώσει και να εκτελέσει τις απαιτούμενες ενέργειες προκειμένου να φέρει σε πέρας επιτυχώς ένα γνωστικό έργο (Bandura, 1986).

ταν αποτέλεσμα μιας μακρόχρονης διαδικασίας επαφής με το περιβάλλον, γιατί πάντα η ανάπτυξη γνώσεων χρειάζεται μια μακρόχρονη διαδικασία, μια φράση ή μια διόρθωση του δασκάλου δεν είναι αρκετή για να την αλλάξει.

Όλα τα παραπάνω δείχνουν ότι κάθε διδακτική κατάσταση πρέπει να περιλαμβάνει μια δυναμική διαδικασία ελέγχου που να επιτρέπει στο παιδί να εντοπίζει το λάθος του για να οδηγηθεί στη διόρθωση και στη νέα γνώση. Παράλληλα να το βοηθάει να αξιολογεί τις γνωστικές στρατηγικές και να αναπτύσσει μεταγνωστικές στρατηγικές στην πορεία αντιμετώπισης καταστάσεων.

Η οργάνωση και διαχείριση αποτελούν τη μία διάσταση μιας μαθηματικής δραστηριότητας. Η δεύτερη διάσταση δίνεται από τη σύνδεση του έργου που προτείνουμε με το μαθηματικό νόημα που επιδιώκουμε να αναπτυχθεί. Γνωρίζοντας ποιο είναι το πλαίσιο των εννοιών που ενδιαφερόμαστε να αναπτύξουμε και το επίπεδο προσέγγισης που αποφασίζουμε να φτάσουμε, καταλήγουμε σε ένα σύνολο από δραστηριότητες που είναι αναγκαίες για αυτό το πλαίσιο εννοιών και αυτό το επίπεδο προσέγγισης. Συχνά εμφανίζεται το λάθος να προτείνουμε ενδιαφέρουσες δραστηριότητες που το παιδί αντιμετωπίζει χωρίς όμως να οδηγείται στην ανάπτυξη μιας πιο γενικής ιδέας, όπως είναι συνήθως οι μαθηματικές ιδέες ή να θεωρείται ότι το παιδί όταν ασχολείται με μία εφαρμογή μπορεί να κάνει μια γενίκευση που μπορεί να προέλθει μόνο από ένα σύνολο εφαρμογών. Για παράδειγμα, για την κατανόηση του κλάσματος δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο εφαρμογές μοιρασίας σε μέρη, που δίνουν μια διάσταση της έννοιας, αλλά και λόγου, μοιράσματος κλπ. όπως και να χρησιμοποιηθούν διαφορετικές παραστάσεις για αυτό όπως οι σχηματικές, οι γραμμικές ή οι παραστάσεις συνόλων.

Συνοπτικά η διδασκαλία με δραστηριότητες προτείνει τον σχεδιασμό και την υποβολή στους μαθητές μιας διδακτικής κατάστασης που είναι πρόβλημα, δηλαδή μια άγνωστη κατάσταση για τα παιδιά και η αντιμετώπισή της αναπτύσσει μια νέα ιδέα, που συνδέεται με τα μαθηματικά.

Τα παιδιά την αναλαμβάνουν και μπορούν να τη διαχειριστούν, λειτουργώντας χωρίς παρέμβαση, έχουν τρόπους να διαπιστώσουν τα σωστά ή τα λάθη τους και βγάζουν κάποιο γενικότερο συμπέρασμα.

Ο εκπαιδευτικός καλείται να βρει δραστηριότητες σε αντιστοιχία με τις έννοιες, να οργανώσει τα κατάλληλα υλικά, τις μορφές αναπαράστασης και τις διαδικασίες ελέγχου και να ενθαρρύνει τη δραστηριοποίηση του παιδιού, τη διατύπωση των ιδεών του και τους ελέγχους, χωρίς να παρεμβαίνει στη δράση του.

### **Διδασκαλία και μάθηση μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών: προσεγγίσεις για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες**

Με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω γίνεται φανερό ότι η διδακτική μεθοδολογία που προτείνεται για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες δεν διαφοροποιείται από τη μεθοδολογία που προτείνεται για τη μαθηματική μάθηση σε όλα τα παιδιά. Οι δυσκολίες στα Μαθηματικά προέρχονται από την αφηρημένη τους μορφή, την αναγκαιότητα γενικεύσεων, την ιδιαιτερότητα της γλώσσας τους, στις διαφορές των εννοιών ανάμεσα στον τρόπο που χρησιμοποιούνται στα Μαθηματικά και στην καθημερινή ζωή, την χρήση συμβολικών και αναπααρασταστικών σχημάτων, κι αυτές οι δυσκολίες

διαφοροποιούνται κατά έννοια και θεματική περιοχή. Περισσότερο από να διαγνώσουμε προβλήματα και να συζητήσουμε ιδιαίτερους τρόπους αντιμετώπισής τους είναι ενδιαφέρον να εντοπίσουμε τις ειδικές δυσκολίες κατά θεματικό μαθηματικό άξονα και να προτείνουμε μεθόδους και δραστηριότητες που μπορούν να βοηθήσουν στο ξεπέρασμά τους.

Τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση είναι αυξημένα λόγω του “αθροιστικού” χαρακτήρα των γνώσεων. Αποτέλεσμα αυτής της υστέρησης συγκριτικά με τους υπόλοιπους συμμαθητές τους, είναι η μεγάλη δυσκολία επίτευξης των στόχων του Προγράμματος Σπουδών.

Το βοήθημα αυτό, σε επίπεδο στόχων, περιορίζει τα ζητούμενα στις βασικές μαθηματικές διαδικασίες και έννοιες που είναι απαραίτητες για την ολοκλήρωση των σπουδών του Γυμνασίου.

Πιο συγκεκριμένα η προτεινόμενη διδακτική προσέγγιση:

- εντοπίζει τα ελλείμματα στη μαθηματική μάθηση σε κάθε θεματική ενότητα των μαθηματικών και
- προτείνει ενδεικτικές δραστηριότητες και διδακτικές καταστάσεις που βοηθούν τα παιδιά να ξεπεράσουν τα ελλείμματα αυτά.

Έτσι στο βοήθημα αυτό, κατά θεματική περιοχή παρουσιάζονται:

1. Η *διαδοχή των στόχων και η προσαρμογή* τους για παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες (προηγούμενες τάξεις – παρούσα τάξη – προσαρμογή) σε ένα φύλλο προγραμματισμού, με βάση τα ελλείμματα στη μαθηματική μάθηση που εντοπίζονται σε κάθε θεματική ενότητα των μαθηματικών. Οι μαθηματικές έννοιες δομούνται με ιεραρχικό τρόπο και στηρίζονται σε προηγούμενες γνώσεις. Αρκετές αριθμητικές και γεωμετρικές έννοιες έχουν αναπτυχθεί ήδη στα παιδιά σε προηγούμενες τάξεις όπως και στο δημοτικό. Μια κατάλληλη μαθηματική εκπαίδευση αξιοποιεί τις προηγούμενες γνώσεις των παιδιών, στηρίζεται στις εμπειρίες τους, ασκεί τα παιδιά σε γενικεύσεις και αφαιρέσεις οι οποίες θα τα οδηγήσουν βαθμιαία σε μια πιο συστηματική γνώση. Για το λόγο αυτό στην παρουσίαση των στόχων παρουσιάζονται οι γνώσεις που είναι απαραίτητες για την αντιμετώπιση των στόχων της συγκεκριμένης θεματικής ενότητας και επιτρέπουν στον εκπαιδευτικό, είτε να στηριχθεί σε αυτές, είτε να επιδιώξει να τις καλύψει, αν εντοπίσει κενά, μέσα από τις κατάλληλες δραστηριότητες.

2. Οι *ιδιαιτερότητες των εννοιών*, δηλαδή μία αποσαφήνιση σημαντικών στοιχείων που αφορούν στις έννοιες που μας απασχολούν, με βάση τις αναλύσεις και τα ερευνητικά ευρήματα της μαθηματικής εκπαίδευσης για την πορεία ανάπτυξης των σχετικών εννοιών.

3. *Επισημάνσεις στις δυσκολίες* που είναι δυνατό να συναντήσουν οι μαθητές (δυσκολίες των μαθητών), με βάση τις γενικότερες δυσκολίες που συναντάμε στην πορεία ανάπτυξης των σχετικών εννοιών, που μας βοηθούν να κατανοήσουμε τα ελλείμματα, όσο και τις προτεινόμενες δραστηριότητες.

4. *Διδακτικές υποδείξεις* που δίνουν στον εκπαιδευτικό κριτήρια επιλογής ή διαμόρφωσης δραστηριοτήτων

5. *Ενδεικτικές δραστηριότητες* κατά περίπτωση δυσκολίας.

6. *Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση*

Κάθε θεματική ενότητα ολοκληρώνεται με τις ερωτήσεις αυτές που συνοψίζουν τα σημαντικότερα στοιχεία της ενότητας και επιτρέπουν στον ίδιο το μαθητή να αξιολογήσει τις γνώσεις και τις δεξιότητες που έχει αποκτήσει, και στον εκπαιδευτικό να αξιολογήσει την επίτευξη των στόχων.

Με τη μορφή αυτή η αξιολόγηση αποκτά επίσης ένα *συνδιαμορφωτικό* χαρακτήρα που επιτρέπει την από κοινού με το μαθητή αντιμετώπιση των δυσκολιών και την ανάληψη ευθύνης ανάπτυξης γνώσης από το ίδιο το παιδί.

Η εξελικτική φύση των Μαθηματικών, σε αντίθεση με άλλα μαθήματα τα οποία παρουσιάζουν σχετική ανεξαρτησία των γνώσεων (π.χ. φυσικές επιστήμες), δεν “επιτρέπει” την ύπαρξη κενών, τα οποία μπορεί να δημιουργήσουν σημαντική δυσκολία στη μάθηση. Η διαδοχή αυτή κάνει απαραίτητη την διάταξη των προσαρμογών του προγράμματος κατά θεματικό άξονα και τάξη.

### **Οργάνωση της τάξης με παιδιά με σχολικές και μαθησιακές δυσκολίες**

Οι προτεινόμενες προσαρμογές για τους μαθητές με σχολικές και μαθησιακές δυσκολίες δεν πρέπει να περιορίζονται στο πρόγραμμα και για να επωφεληθούν οι μαθητές αυτοί από την εκπαίδευσή τους στη συνηθισμένη τάξη, είναι απαραίτητο να οργανωθούν διδακτικές πρακτικές που παίρνουν υπόψη τους τις ειδικές εκπαιδευτικές τους ανάγκες.

Η φυσική παρουσία ενός ή περισσότερων μαθητών με σχολικές - μαθησιακές δυσκολίες μέσα σε μια σχολική τάξη, δεν σημαίνει και την άμεση συμμετοχή τους στις μαθησιακές δραστηριότητες, ειδικά όταν υπάρχει απόσταση ανάμεσα στις γνώσεις τους και στις απαιτήσεις των προς επίλυση μαθηματικών έργων. Αυτό που καθορίζει τις απαιτήσεις των μαθηματικών έργων σε κάθε τάξη είναι ένα σύνολο από προαπαιτούμενες γνώσεις τις οποίες πρέπει να κατέχει ο μαθητής για να μπορέσει να ανταποκριθεί στις αντίστοιχες απαιτήσεις των μαθηματικών έργων. Όσοι μαθητές έχουν ελλείψεις-κενά στις γνώσεις τους μπορούν να τα καλύψουν μέσω του θεσμού της ενισχυτικής διδασκαλίας (Π.Δ. 429 και 462 / 1991). Στις περιπτώσεις που οι ελλείψεις συνδέονται με ανεπάρκειες, οι μαθητές παραπέμπονται να παρακολουθήσουν το μάθημα των Μαθηματικών στο τμήμα ένταξης με στόχο την αντιμετώπιση των ανεπαρκειών τους μέσω ενός εξειδικευμένου προγράμματος (Ν. 2817 / 2000). Και στις δύο περιπτώσεις οι μαθητές αποκλείονται από την τάξη τους και παραπέμπονται σε ειδικές δομές εκπαίδευσης διαχωρισμένες από τον κύριο κορμό της εκπαίδευσης. Η φιλοσοφία αυτή μεταθέτει στον ίδιο το μαθητή την ευθύνη για τις δυσκολίες που αντιμετωπίζει, τη στιγμή που αυτές προκύπτουν κυρίως από την ίδια τη δομή και την οργάνωση του μαθησιακού προγράμματος. Για το λόγο αυτό υποστηρίζεται σήμερα ότι οι μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες πρέπει να συμμετέχουν και να αντιμετωπίζουν τα προβλήματά τους περισσότερο μέσα στην κανονική τάξη και λιγότερο σε ειδικές δομές (Τζουριάδου, 1995).

Ωστόσο η παρουσία των μαθητών με μαθησιακές δυσκολίες μέσα σε μία τάξη γυμνασίου δεν συνεπάγεται αυτόματα και την εμπλοκή τους στις μαθησιακές δρα-

στηριότητες. Οι μαθητές αυτοί μπορεί να είναι ενσωματωμένοι μέσα στην τάξη χωρίς αυτό να σημαίνει ότι μπορούν να παρακολουθήσουν το μαθησιακό πρόγραμμα. Στόχος των διδακτικών πρακτικών θα πρέπει να είναι να μπορούν τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες να συμμετέχουν ουσιαστικά μαζί με υπόλοιπους συμμαθητές τους.

Σε μία τάξη που λειτουργεί ήδη με σύγχρονη μορφή διδασκαλίας, η αποτελεσματική διαχείριση της ώστε να επιτρέπει τη ενεργητική συμμετοχή των μαθητών με και χωρίς μαθησιακές δυσκολίες, προϋποθέτει:

- την εστίαση του ενδιαφέροντος σε όλη την τάξη,
- τον έλεγχο όλων των παραγόντων που επιδρούν στη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης,
- την εφαρμογή συνεργατικών μεθόδων διδασκαλίας και μάθησης και ανάδειξης στρατηγικών,
- τη δημιουργία ενός περιβάλλοντος τάξης, που προσαρμόζεται στην ομάδα και είναι υποστηρικτικό για όλους.

Για τη λειτουργία αυτή, κάποιες τεχνικές μπορεί να είναι:

- Ο προγραμματισμός της τάξης ως ενιαίο σύνολο και η ενθάρρυνση της ενεργητικής συνεργατικής μάθησης.
- Η οργάνωση της τάξης σε ομάδες με ανάμεικτες ικανότητες που επιτρέπει την κατανομή των απαντήσεων σε κάθε δραστηριότητα, έτσι ώστε ένα μέρος από αυτές τις ερωτήσεις να μπορούν να αντιμετωπιστούν από όλα τα παιδιά.
- Η χρήση εναλλακτικών δραστηριοτήτων, η ανάπτυξη και αξιοποίηση ενός πλούσιου διδακτικού περιβάλλοντος με ποικιλία διδακτικών μέσων και υλικών, όπως είναι το εκπαιδευτικό υλικό, τα παιχνίδια, οι κατασκευές κλπ, όπως και η αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών και των μαθηματικών λογισμικών.

### ***Οργάνωση της δράσης των μαθητών σε μια μαθηματική δραστηριότητα***

Με βάση τα παραπάνω προτείνεται η παρακάτω οργάνωση του μαθήματος. Οι μαθητές οργανώνονται σε μικρές ομάδες μεικτής ικανότητας των τεσσάρων ή το πολύ πέντε ατόμων. Η κάθε δραστηριότητα αναπτύσσεται σε τρεις φάσεις.

α) Στην πρώτη κάθε μαθητής ασχολείται ατομικά με το πρόβλημα που θέτει η δραστηριότητα. Ο τρόπος δράσης δεν προκαθορίζεται από τον εκπαιδευτικό αλλά επιλέγεται από τον μαθητή. Άλλος μπορεί να επεξεργάζεται εμπειρικά το πρόβλημα, στο εικονικό επίπεδο (με σχέδιο ή ζωγραφιά) και άλλος μπορεί να το επεξεργάζεται στο αφαιρετικό με τη χρήση μαθηματικών κανόνων ή αλγορίθμων. Ο εκπαιδευτικός ανάλογα με τη δραστηριότητα καθορίζει το χρόνο αυτής της φάσης. Παρακολουθεί την προσπάθεια του κάθε παιδιού και παρεμβαίνει για να διευκολύνει την επεξεργασία των εμποδίων που συναντά. Η διευκόλυνση αφορά κυρίως στην έμμεση ή άμεση υπόδειξη μεθόδων επεξεργασίας του προβλήματος. Ο έμμεσος ή άμεσος χαρακτήρας των υποδείξεων εξαρτάται από τον κάθε μαθητή και την ποιότητα των εμποδίων που εμφανίζει. Σε καμία περίπτωση ο εκπαιδευτικός δεν υποδεικνύει τη λύση ούτε επικυρώνει την ορθότητα ή μη των ενεργειών των μαθητών. Αντίθετα υποδεικνύει

τρόπους ελέγχου από τους ίδιους τους μαθητές της λογικής ορθότητας των ενεργειών τους.

β) Στη δεύτερη φάση οι μαθητές της κάθε ομάδας συζητούν τα αποτελέσματα των ατομικών τους επεξεργασιών. Συγκρίνουν αποτελέσματα, αντιπαραβάλλουν τρόπους κατασκευής ή υπολογισμού, συμφωνούν ή διαφωνούν με αυτό που βρήκε ο συμμαθητής τους, ελέγχουν ξανά τους δικούς τους υπολογισμούς ή τον τρόπο κατασκευής και καταλήγουν σε κάποια κοινά συμπεράσματα (ακόμη και ότι δεν συμφωνούν στο αποτέλεσμα). Σ' αυτή τη φάση ο εκπαιδευτικός βοηθά και διασφαλίζει τον παραγωγικό χαρακτήρα των συζητήσεων μέσα στην ομάδα (π.χ. ένας μαθητής αναλαμβάνει να καταγράψει όλες τις απαντήσεις - λύσεις, στη συνέχεια αυτές ομαδοποιούνται και οι μαθητές πρέπει να ελέγξουν πού βρίσκονται οι διαφορές). Οι μαθητές μπορεί να μην είναι σε θέση να αναλύσουν τον τρόπο που σκέφτηκαν. Μπορούν όμως να εξηγήσουν τον τρόπο που μέτρησαν κάτι ή που κατασκεύασαν το ζητούμενο. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό γιατί αφενός βοηθά στην συγκρότηση του λόγου και της σκέψης και αφετέρου θέτει σε κίνηση διεργασίες αυτοελέγχου των ενεργειών που περιγράφονται. Ταυτόχρονα οι μαθητές εξοικειώνονται με την ύπαρξη διαφορετικών λύσεων - οι οποίες δεν είναι κατ' ανάγκη λανθασμένες - και με την αποδοχή της έκφρασης διαφορετικών απόψεων. Μέσα από τη συλλογική δράση αναπτύσσονται σχέσεις συνεργασίας, αλληλοβοήθειας και αποδοχής (θα μπορούσαμε συμβολικά να χαρακτηρίσουμε αυτές τις διεργασίες «οριζόντια» ανάπτυξη σχέσεων σε αντίθεση με τη «κάθετη - ακτινωτή» του κάθε μαθητή ξεχωριστά με τον εκπαιδευτικό).

γ) Στην τρίτη φάση οι μαθητές της τάξης συζητούν όλοι μαζί. Ο εκπαιδευτικός καταγράφει στον πίνακα τις απόψεις - απαντήσεις της κάθε ομάδας (μια ή περισσότερες) δίχως να τις αξιολογεί. Ο κάθε μαθητής που προτείνει μια λύση - απάντηση εξηγεί την απάντησή του (πώς την βρήκε, γιατί τη θεωρεί σωστή). Ο εκπαιδευτικός θέτει σε συζήτηση τις διαφορετικές απαντήσεις. Σ' αυτό το σημείο μπορεί να συναντήσει τρεις διαφορετικές καταστάσεις.

Μια περίπτωση είναι να διατυπώθηκαν σωστές λύσεις με διαφορετικό τρόπο έκφρασης ή διαφορετική μέθοδο υπολογισμού. Σ' αυτή την περίπτωση η συζήτηση έχει ως στόχο αφενός να φανεί πως πρόκειται για την ίδια λύση και αφετέρου να καταγραφούν οι διαφορετικές μέθοδοι επεξεργασίας ή στρατηγικές για να εμπλουτιστεί μ' αυτές το ρεπερτόριο των δεξιοτήτων των μαθητών.

Άλλη περίπτωση είναι να διατυπώθηκαν διαφορετικές απαντήσεις (σωστές και λανθασμένες). Σ' αυτή την περίπτωση η συζήτηση έχει ως στόχο την επανεξέταση από τους μαθητές του τρόπου υπολογισμού ή κατασκευής που ακολούθησαν για να εντοπιστεί από τους ίδιους το λάθος που έκαναν (με τη βοήθεια των αντίθετων επιχειρημάτων των συμμαθητών τους). Ο εκπαιδευτικός πρέπει να είναι προετοιμασμένος για να υποστηρίξει με κατάλληλα ερωτήματα τον αυτοέλεγχο και την αυτοδιόρθωση από την πλευρά των μαθητών. Σε καμία περίπτωση δεν διατυπώνει τη σωστή απάντηση αυτός, γιατί κάτι τέτοιο θα διέκοπτε άμεσα τις επεξεργασίες των μαθητών.

Τέλος μπορεί όλες οι απαντήσεις να είναι λανθασμένες. Σ' αυτή την περίπτωση ο εκπαιδευτικός πρέπει να αναρωτηθεί τι απουσιάζει στις γνώσεις και στις δεξιότητες των μαθητών και τους εμποδίζει να επεξεργαστούν αποτελεσματικά το

πρόβλημα. Είναι πιθανό το ίδιο το πρόβλημα να είναι διδακτικά ακατάλληλο, με την έννοια ότι απέχει σημαντικά από τις δυνατότητες των μαθητών. Η διατύπωση της ορθής λύσης από τον εκπαιδευτικό δεν βοηθά στην οικοδόμηση της γνώσης από τους μαθητές. Είναι προτιμότερο ο εκπαιδευτικός να κλείσει τη δραστηριότητα λέγοντας ότι «χρειάζεται να το ξαναδούμε» και να επανέλθει με μια άλλη δραστηριότητα, η οποία θα ανταποκρίνεται περισσότερο στις γνώσεις και δεξιότητες των μαθητών.

Οι ποικιλία, η έκταση και οι ιδιαιτερότητες των διδασκόμενων εννοιών στα Μαθηματικά είναι πολύ μεγάλη. Το πλήθος των δραστηριοτήτων και του υλικού που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι επίσης ανεξάντλητο. Κανένα βοήθημα δεν μπορεί να καλύψει όλες τις ανάγκες που μπορεί να αντιμετωπίσει ένας εκπαιδευτικός σε μια τάξη με παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες για τα Μαθηματικά.

Ωστόσο η αλλαγή από την παραδοσιακή μορφή μετωπικής διδασκαλίας σε μια διδασκαλία που ενθαρρύνει τη δραστηριοποίηση και την ενεργητική οικοδόμηση της γνώσης από τους μαθητές και η αντίληψη του ρόλου του εκπαιδευτικού ως οργανωτή μιας ενεργητικής μάθησης, μαζί με τις προσαρμογές και το υποστηρικτικό υλικό μπορούν να τον βοηθήσουν να αποκτήσει *ευλυγισία* στην αναζήτηση ή το σχεδιασμό των κατάλληλων δραστηριοτήτων που επιτρέπουν τη στήριξη και το προχώρημα των παιδιών που παρουσιάζουν μαθησιακές δυσκολίες, με ανάπτυξη μέσων, μεθόδων και στρατηγικών που θα τους επιτρέψουν να ανταποκριθούν στις μαθηματικές απαιτήσεις των σπουδών τους στο Γυμνάσιο.

## ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ

Γράψε το όνομά σου:

.....

1. Να βρείτε πόσο είναι

το 2 φορές μεγαλύτερο από το 12 =	
το 5 φορές μεγαλύτερο από το 12 =	
το 10 φορές μεγαλύτερο από το 12 =	

2. Να βρείτε πόσο είναι

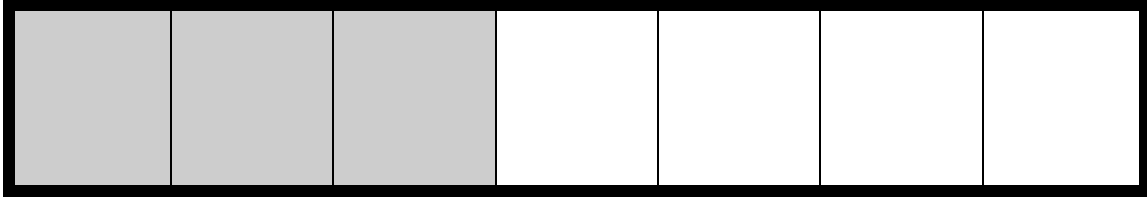
το 2 φορές μικρότερο από το 40 =	
το 5 φορές μικρότερο από το 40 =	
το 10 φορές μικρότερο από το 40 =	

3. Να ενώσετε με γραμμές τα ζευγάρια που δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα

6 x 7	•	•	5 x 9
12 x 2	•	•	7 x 10
9 x 5	•	•	3 x 7
4 x 8	•	•	7 x 6
10 x 7	•	•	2 x 12
7 x 3	•	•	8 x 4

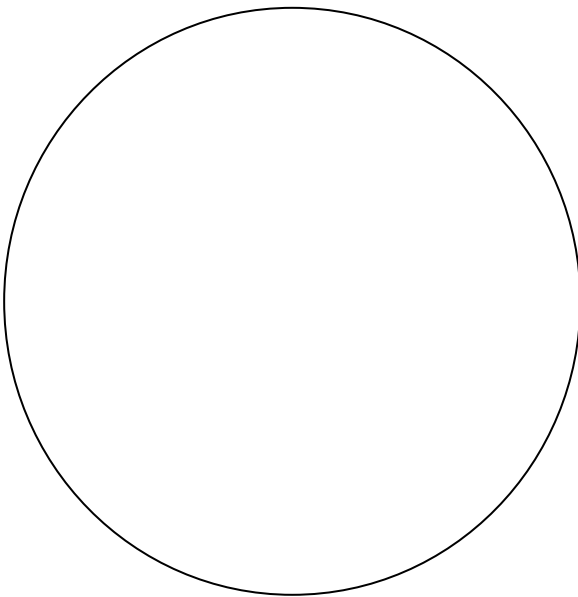


4. Γράφω το κλάσμα που μας δείχνει η εικόνα



Κλάσμα

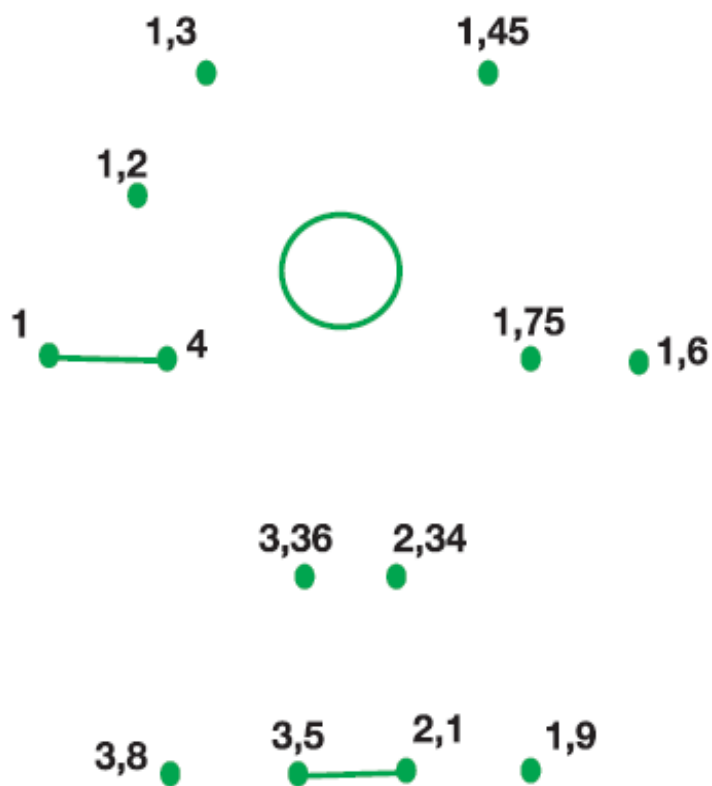
5. Να χρωματίσετε τα κομμάτια που σας δείχνει το κλάσμα



$$\frac{3}{4}$$

## ΤΕΣΤ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Ενώνω τους αριθμούς με τη σειρά, για να σχηματίσω την εικόνα.



1. Πόσα εκατοστά κορδέλα χρησιμοποιήθηκε σε κάθε δώρο;

.....

2. Πόση κορδέλα χρησιμοποιήθηκε και για τα δύο δώρα μαζί;

.....

3. Πόση περισσότερη κορδέλα χρησιμοποιήθηκε για το κόκκινο κουτί;

.....

Βρίσκω και κυκλώνω την απάντηση που φαίνεται να είναι πιο κοντά στο σωστό αποτέλεσμα.

$$18,21 + 31,67$$

- 490   55   498   49

$$35,62 - 14,31$$

- 210   2130   21   25

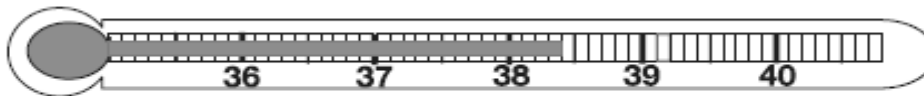
$$6,42 + 15,3$$

- 790   79   21   210

$$7,43 - 0,17$$

- 730   7   74   73

Πόσο πυρετό έχει ο Πέτρος;



Δραστηριότητα 1

Τοποθετώ τους παρακάτω αριθμούς  
επάνω στην αριθμογραμμή

2,2

8,9

0,2

6,0

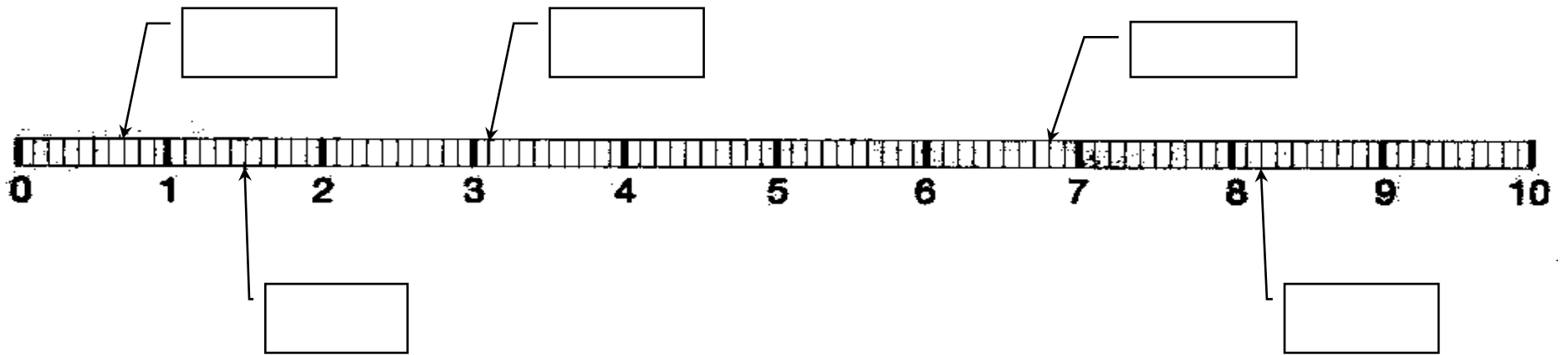
3,1



Όνομα: .....

Δραστηριότητα 2

Γράψε στο κουτάκι τον αριθμό που δείχνει κάθε βέλος



Όνομα: .....

Δραστηριότητα 3

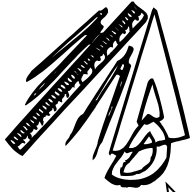
Ο μικρός Νικόλας  
δεν μπορεί να  
βρει πόσα ευρώ έχει.  
Βοήθησε τον  
να τα βρει  
και γράψε  
τον δεκαδικό αριθμό.



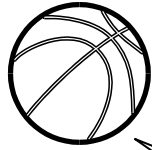
Όνομα: .....

Δραστηριότητα 4

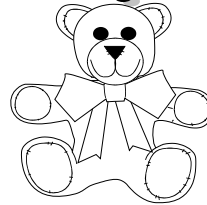
# Σχεδιάζω τα νομίσματα



2,55 ευρώ




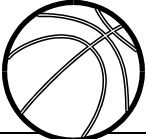
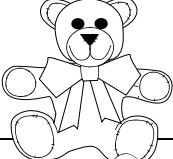

13,20 ευρώ



3,09 ευρώ



0,68 ευρώ

Προϊόντα – Τιμές	Νομίσματα
	
	
	
	

Όνομα: .....

Δραστηριότητα 5

Βρίσκω και κυκλώνω την απάντηση που φαίνεται να είναι πιο κοντά στο σωστό αποτέλεσμα.

$18,21 + 31,67$

55

498

49

$35,62 - 14,31$

210

2130

21

$6,42 + 15,3$

790

79

21

210

$7,43 - 0,17$

730

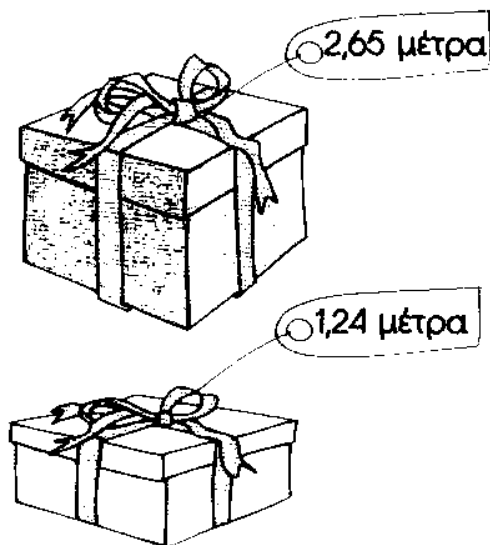
7

74

Όνομα: .....



## Δραστηριότητα 6



**Πόσα εκατοστά κορδέλα χρησιμοποιήθηκε σε κάθε δώρο;**

.....

**Πόση κορδέλα χρησιμοποιήθηκε και για τα δύο δώρα μαζί;**

.....

Όνομα: .....

## Μάθημα 1<sup>ο</sup>

### Οδηγίες προς τον εκπαιδευτικό:

#### **2<sup>η</sup> δραστηριότητα**

Οι μαθητές έχουν νομίσματα πάνω στο τραπέζι τους και υπολογίζουν εμπειρικά το αποτέλεσμα με τη βοήθεια αυτών των νομισμάτων. Μέσα στο μεγάλο ορθογώνιο ζωγραφίζουν τα νομίσματα που έχει το αντίστοιχο παιδί και στο μικρό ορθογώνιο γράφουν με αριθμό το αποτέλεσμα.

Στη συζήτηση σ' όλη την ομάδα της τάξης ο εκπαιδευτικός καταγράφει στον πίνακα όλες τις διαφορετικές απαντήσεις και συντονίζει στη συνέχεια τη συζήτηση, στην οποία τα παιδιά εξηγούν – υποστηρίζουν την άποψή τους. Οι μαθητές που έκαναν λανθασμένους υπολογισμούς πρέπει να οδηγηθούν στην αναθεώρηση της άποψής τους μέσα από την εμπειρική επιχειρηματολογία των συμμαθητών τους που έκανα ορθούς υπολογισμούς (π.χ. ξαναμετρούν φωναχτά και οδηγούνται σε νέο αποτέλεσμα).

Σε περίπτωση διαφορετικών εκφράσεων του ίδιου αποτελέσματος (π.χ. «ο Γιάννης έχει 200 λεπτά» και «ο Γιάννης έχει 2 ευρώ») ο εκπαιδευτικός θέτει το ερώτημα αν και οι δύο απαντήσεις είναι σωστές, αν και οι δύο απαντήσεις δηλώνουν το ίδιο ποσό.

Τελευταίο ερώτημα που θέτει ο εκπαιδευτικός είναι: «με ποια πράξη μπορούμε να υπολογίσουμε πιο γρήγορα και με σιγουριά την απάντηση στα ερωτήματα που είχαμε να απαντήσουμε;». Αν ως απάντηση προκύψει μόνο η επαναληπτική πρόσθεση, ο εκπαιδευτικός την γράφει στον πίνακα (π.χ.  $20 + 20 + 20$ ) και θέτει το ερώτημα αν αυτή η πράξη τους θυμίζει τίποτα από αυτά που ήδη γνωρίζουν στις πράξεις που έμαθαν. Αν και πάλι δεν προκύψει η απάντηση «πολλαπλασιασμός» ο εκπαιδευτικός **δεν δίνει αυτός** την επιθυμητή απάντηση αλλά βάζει ένα άλλο παράδειγμα από την προπαίδεια (π.χ.  $4 \times 5$  πόσο κάνει και πώς το υπολογίζουμε, για να προκύψει η σχέση  $4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5$  ή  $4 + 4 + 4 + 4$ , σχέση γνωστή και οικεία στα παιδιά).

#### **3η δραστηριότητα**

«Πρόχειρο» είναι ο χώρος που ο μαθητής μπορεί να δοκιμάζει ό,τι νομίζει αυτός προκειμένου να λύσει το πρόβλημα. Μπορεί να ζωγραφίζει, να κάνει πράξεις, να κάνει δοκιμές, να μουντζουρώνει, και γενικώς ό,τι θέλει. Θα πρέπει να τους μάθουμε να μην σβήνουν τις επεξεργασίες τους, γιατί ό,τι γράφουν ή ζωγραφίζουν είναι

για μας σημαντική πληροφορία για να καταλάβουμε πώς σκέφτονται, τι αντιλαμβάνονται, ποιες στρατηγικές χρησιμοποιούν, ποιες γνώσεις διαθέτουν.

Στην πρώτη δραστηριότητα («ο νάνος έχει ...») τα παιδιά μπορεί να υπολογίσουν το αποτέλεσμα είτε με πράξη είτε με τη βοήθεια ζωγραφιάς. Στη σχετική συζήτηση των αποτελεσμάτων θα συγκριθούν οι διαφορετικοί (σωστοί) τρόποι υπολογισμού για να ενισχυθεί η συσχέτιση του πολλαπλασιασμού με το «τόσες φορές περισσότερο».

Στη δεύτερη δραστηριότητα το αποτέλεσμα δεν μπορεί πρακτικά να υπολογιστεί παρά μόνο με πολλαπλασιασμό. Για όσα παιδιά δεν φαίνεται να είναι σε θέση να επεξεργαστούν μ' αυτό τον τρόπο το πρόβλημα και δεν έχουν ουσιαστικά πειστεί από τον τρόπο επίλυσης άλλων συμμαθητών τους, καλό είναι να μην επιμένουμε εκείνη τη στιγμή. Μιας και αυτού του τύπου η δική μας επιμονή δεν τους οδηγεί κατά κανόνα στην επιθυμητή γνώση, είναι τουλάχιστον προτιμότερο να μη φορτωθούν με άγχος ή την ταμπέλα αυτού που «δεν καταλαβαίνει». Μπορούμε σε επόμενη (κατάλληλη) στιγμή να τους ξαναδώσουμε παρόμοιες δραστηριότητες, ξεκινώντας από εκεί που φαίνεται ότι έχουν φτάσει (π.χ. 10 φορές περισσότερο υπολογίζεται με πολλαπλασιασμό επί 10) και να προχωρήσουμε σταδιακά σε μεγαλύτερο τελεστή.

#### **4η δραστηριότητα**

Ισχύουν οι ίδιες οδηγίες με την προηγούμενη άσκηση.

#### **5η δραστηριότητα**

Η δραστηριότητα αυτή έχει χαρακτήρα επανάληψης και αξιολόγησης των γνώσεων των μαθητών. Θα μπορούσε να δοθεί και ως εργασία στο σπίτι. Ο τρόπος με τον οποίο θα πραγματοποιηθεί στο σχολείο είναι ο ίδιος με αυτόν των προηγούμενων δραστηριοτήτων.

Δραστηριότητα 1

Ο Χουζούρης μπέρδεψε τις καρτέλες  
και δεν μπορεί να βρει τα σωστά ζευγάρια.  
Μπορείτε να τον βοηθήσετε;



$4 \times 5$

$6 \times 3$

$7 \times 8$

$5 \times 4$

$3 \times 6$

$7 \times 2$

$2 \times 7$

$8 \times 7$

Δραστηριότητα 2

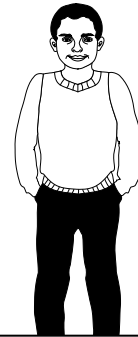


Αν η Σοφία έχει 20 λεπτά



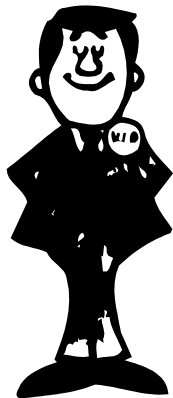
**Πόσα  
χρήματα έχουν;**

Ο Νίκος έχει 3 φορές περισσότερο:



Ο Νίκος έχει:

Ο Γιάννης έχει 10 φορές περισσότερο:



Ο Γιάννης έχει:

Δραστηριότητα 3



Το Ξωτικό έχει 4 ευρώ

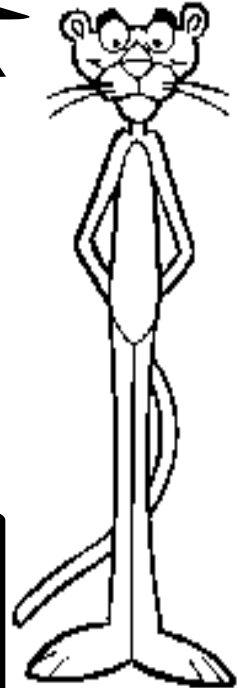
Ο Νάνος έχει.....



Ο Ροζ πάνθηρας έχει ύψος 35



Ο θείος του Ροζ πάνθηρα έχει  
ύψος



Δραστηριότητα 4



Αν η Σοφία έχει 7 ευρώ

**Πόσα  
χρήματα έχει η Νίκη;**



Η Νίκη έχει 100 φορές περισσότερο:

Η Νίκη έχει:

Δραστηριότητα 5

# Υπολογίστε τα αποτελέσματα

$30 \times 10 =$

$10 \times 6 =$

$120 \times 10 =$

$100 \times 15 =$

$100 \times 5 =$

$10 \times 12 =$

$100 \times 9 =$

Πρόχειρο



## Μάθημα 2ο

### Οδηγίες προς τον εκπαιδευτικό

#### **1<sup>η</sup> δραστηριότητα**

Δίνονται και τα 4 ερωτήματα (2 φύλλα εργασίας) μαζί. Οι μαθητές βρίσκουν εμπειρικά τις απαντήσεις στα ερωτήματα. Ζωγραφίζουν τα χρήματα του καθένα και τους υποδεικνύουμε να κάνουν επαλήθευση των λύσεων που βρήκαν. Στη συζήτηση σε όλη την τάξη γίνεται η καταγραφή των διαφόρων απαντήσεων, η υποστήριξή τους από αυτούς που τις προτείνουν και η συσχέτιση ή αντιπαράθεση σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί σε προηγούμενες οδηγίες. Στη συνέχεια τίθεται το ερώτημα – αν δεν έχει ήδη προκύψει από τις μέχρι τότε απαντήσεις και τοποθετήσεις των παιδιών – ποια πράξη μπορεί να μας οδηγήσει στο αποτέλεσμα που ήδη έχει βρεθεί. Εδώ θα γίνει η συσχέτιση της διαίρεσης με το «τόσες φορές λιγότερο».

Αν υπάρξουν μαθητές που δεν θα είναι σε θέση να επεξεργαστούν κανένα από τα 4 ερωτήματα, διερευνούμε μήπως δεν έχουν κατανοήσει την έννοια του «τόσες φορές λιγότερο». Η δραστηριότητα που μόλις πραγματοποιήθηκε είναι μια καλή αφετηρία για να εργαστούν σε επόμενο μάθημα – σε κατάλληλα επιλεγμένη στιγμή – με παρόμοιες δραστηριότητες του ίδιου βαθμού δυσκολίας (2 φορές λιγότερο ή μικρότερο ή πιο κοντό κ.τ.λ.).

#### **2η δραστηριότητα**

Δίνονται και τα 4 ερωτήματα (3 φύλλα εργασίας) μαζί. Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές καλούνται να κατασκευάσουν τη ζητούμενη σκάλα (κόβουν από το τρίτο φύλο τις σκάλες, κόβουν την κάθε μια όσο νομίζουν ότι χρειάζεται και την κολλούν στην αντίστοιχη ερώτηση. Υπολογίζουν τα εκατοστά της κάθε σκάλας, δίχως να τους δίνουμε εμείς καμία υπόδειξη. Υπάρχουν διαφορετικοί τρόποι κατασκευής και υπολογισμού, και μια δική μας υπόδειξη μπορεί να ακυρώσει κάποιον από αυτούς. Επίσης η εμπειρική κατασκευή και ο εμπειρικός υπολογισμός θα μας δώσει τη δυνατότητα να κατανοήσουμε τόσο το τι αντιλαμβάνονται, όσο και τις μεθόδους επεξεργασίας και στρατηγικές που χρησιμοποιούν. Γι' αυτό δεν πρέπει να κάνουμε υποδείξεις. Η συζήτηση μέσα στην τάξη ακολουθεί την ίδια διαδρομή και το ίδιο περιεχόμενο με την προηγούμενη δραστηριότητα, με κατάληξη τη συσχέτιση της διαίρεσης με το «τόσες φορές μικρότερο».

### **3η δραστηριότητα**

Αν ο εκπαιδευτικός εκτιμήσει ότι με τις προηγούμενες δραστηριότητες οι μαθητές έχουν κατανοήσει και κατακτήσει τη σχέση της διαίρεσης με το «τόσες φορές μικρότερο ή λιγότερο», και ο χρόνος της μιας διδακτικής ώρας δεν του φτάνει, μπορεί να δώσει αυτή τη δραστηριότητα ως εργασία στο σπίτι. Σε αντίθετη περίπτωση θα χρειαστεί να την πραγματοποιήσει στην τάξη.

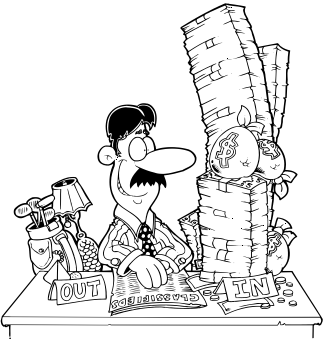
Στο δεύτερο ερώτημα, η επίλυση προϋποθέτει τη μετατροπή των ευρώ σε λεπτά. Αν οι μαθητές δεν σκεφτούν από μόνοι τους να κάνουν αυτή την επεξεργασία, ο εκπαιδευτικός μπορεί να θέσει τα ερωτήματα «2 φορές λιγότερο», «4 φορές λιγότερο», «8 φορές λιγότερο». Σ' αυτή τη διαδρομή είτε κάποιοι μαθητές θα «σπάσουν» το ευρώ σε δύο πενήντάλεπτα – οπότε μπορεί να τεθεί το ερώτημα πώς μπορούμε να πάμε απ' ευθείας από τα 4 ευρώ στα 50 λεπτά με το «8 φορές λιγότερο» - είτε θα «κολλήσουν» όλοι στο 1 ευρώ. Στη δεύτερη περίπτωση μπορεί να τεθεί το ερώτημα «δεν μπορεί να υπάρχει πιο λίγο από το 4 φορές λιγότερο;». Αν και πάλι κανείς δεν δώσει μια διέξοδο στην αναζήτηση είναι προτιμότερο να μην το απαντήσει ο εκπαιδευτικός και να «κρατήσει» το ερώτημα για άλλη φορά.

Οι μαθητές με δυσκολίες είναι πιθανό να είναι σε θέση να απαντήσουν μόνο στην πρώτη ερώτηση (Αλίκη – Μάκης). Θα τους ενισχύσουμε να επεξεργαστούν τα άλλα ερωτήματα με τη βοήθεια είτε ζωγραφιάς είτε υλικών, μέχρι του σημείου που θα είναι σε θέση να το κάνουν.

## Μάθημα 2<sup>ο</sup>

### Δραστηριότητα 1α

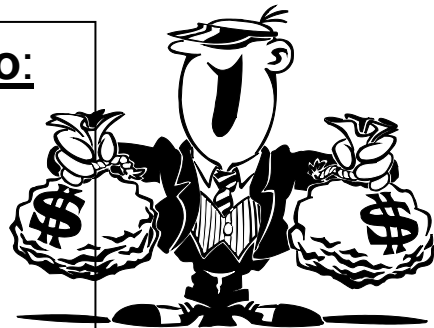
Μάθημα 2<sup>ο</sup> Δραστηριότητα 1α



Ο κ. Νίκος έχει 80 ευρώ

Πόσα  
χρήματα έχουν ;

Ο κ. Αντώνης έχει 2 φορές λιγότερο:



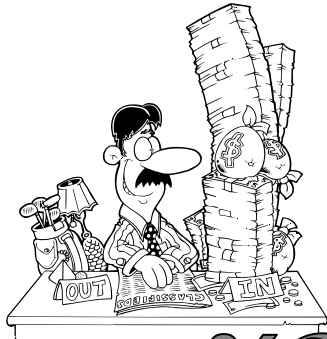
Ο κ. Αντώνης έχει:

Η κ. Δήμητρα έχει 4 φορές λιγότερο:



Η κ. Δήμητρα έχει:

Μάθημα 2<sup>ο</sup>  
Δραστηριότητα 1β



Ο κ. Νίκος έχει 80 ευρώ

# Πόσα χρήματα έχουν ;

Ο κ. Βασίλης έχει 5 φορές λιγότερο:



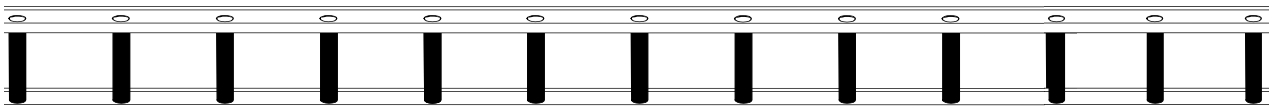
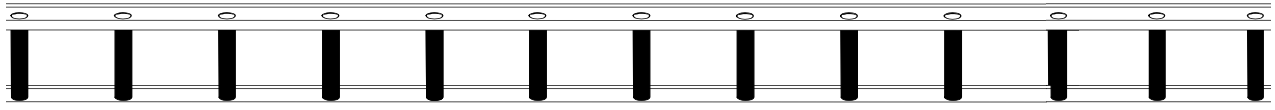
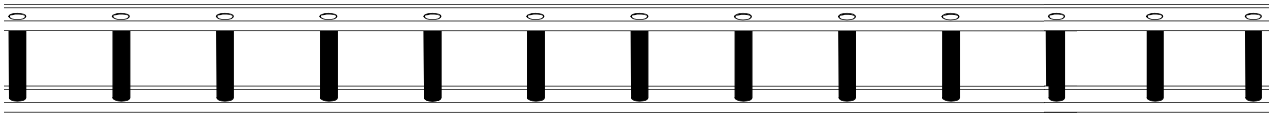
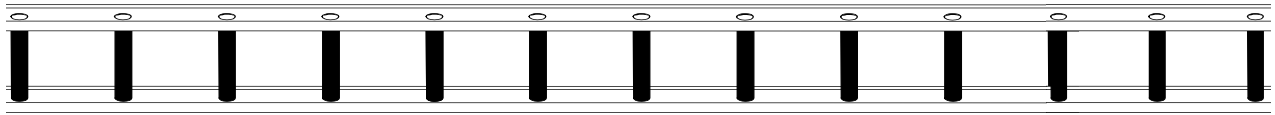
Ο κ. Βασίλης έχει:

Η Ντίνα έχει 10 φορές λιγότερο:



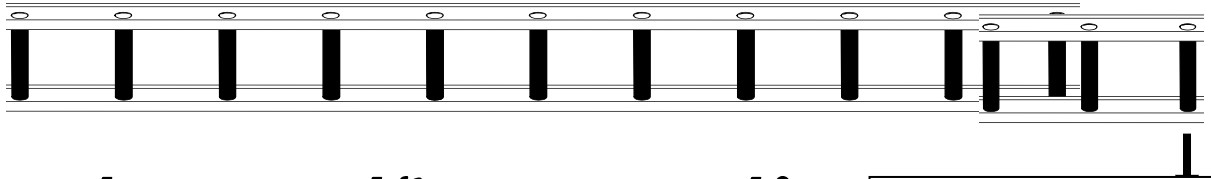
Η Ντίνα έχει:

Μάθημα 2<sup>ο</sup>  
Δραστηριότητα 2



Μάθημα 2<sup>ο</sup>  
Δραστηριότητα 2 α

# Η σκάλα είναι 120 εκατοστά



Μπορείς να φτιάξεις μια σκάλα  
2 φορές μικρότερη;

120 εκατοστά

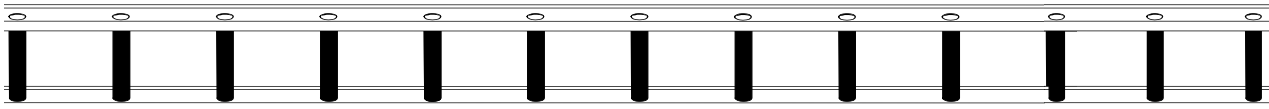
Πόσα εκατοστά εί-  
ναι η σκάλα;

Μπορείς να φτιάξεις μια σκάλα  
3 φορές μικρότερη;

Πόσα εκατοστά εί-  
ναι η σκάλα;



# Η σκάλα είναι 120 εκατοστά



120 εκατοστά

Μπορείς να φτιάξεις μια σκάλα  
5 φορές μικρότερη;

Πόσα εκατοστά εί-  
ναι η σκάλα;

Μπορείς να φτιάξεις μια σκάλα  
10 φορές μικρότερη;

Πόσα εκατοστά εί-  
ναι η σκάλα;



# Μπορείς να βρεις πόσο είναι το 10 φορές λιγότερο ;

Μάθημα 2<sup>ο</sup>  
Δραστηριότητα 3α

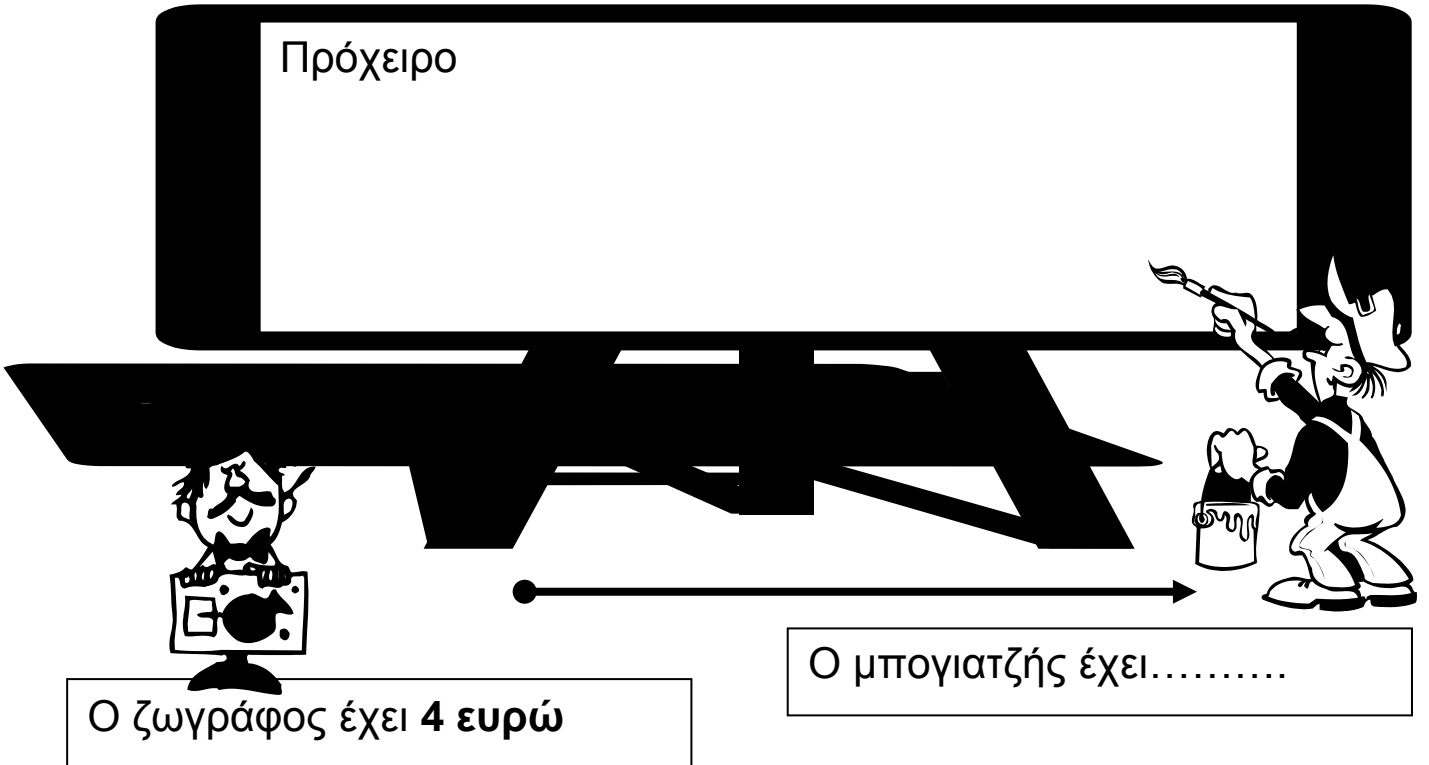


Η Αλίκη έχει **50 λεπτά**



Ο Μάκης έχει.....

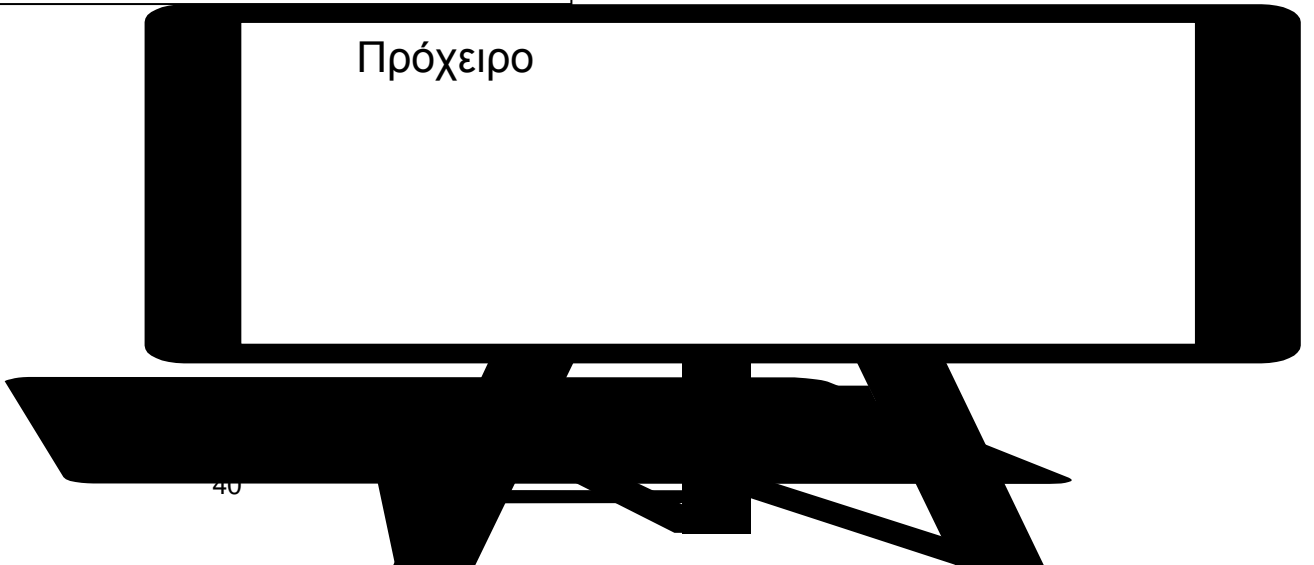
Πρόχειρο



Ο ζωγράφος έχει **4 ευρώ**

Ο μπογιατζής έχει.....

Πρόχειρο





Μάθημα 2°  
Δραστηριότητα 3 β

# Μπορείς να βρεις πόσο είναι το 10 φορές λιγότερο;



Το δέντρο είναι **100 εκατοστά**

Ο κάκτος είναι.....

Πρόχειρο



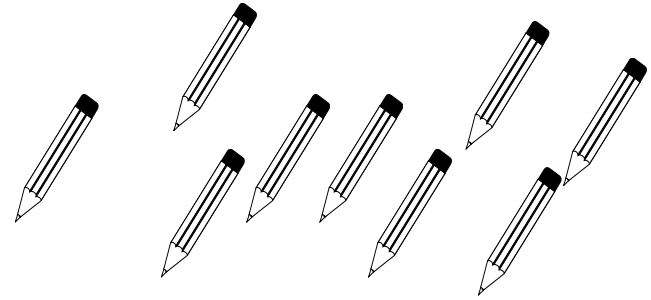
Η τούρτα είναι **1000 γραμμάρια**

Ο σοκολάτα είναι.....

Πρόχειρο



Ο Κώστας έχει 9 μολύβια.



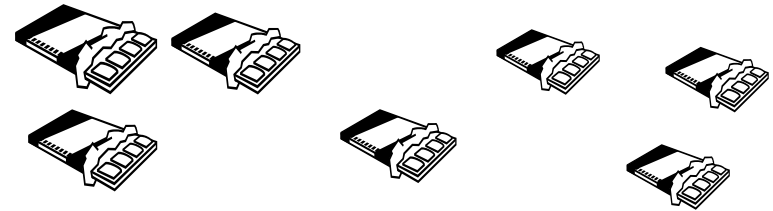
Η Άννα έχει 3 μολύβια περισσότερα από τον Κώστα.

Η Νίκη έχει 3 φορές περισσότερα από τον Κώστα.



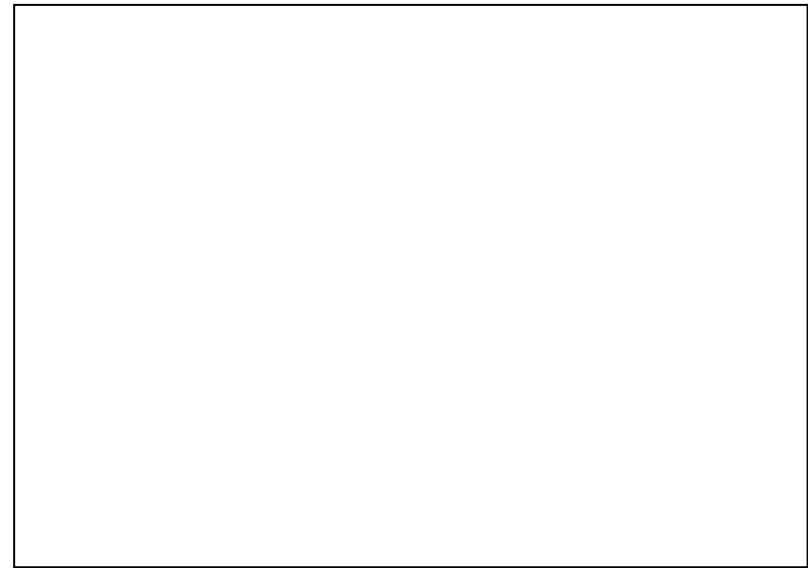
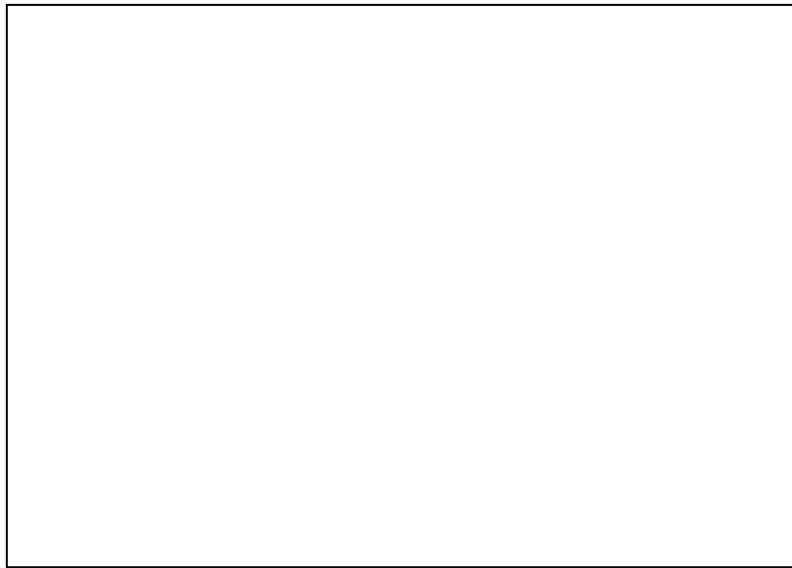
Να απαντήσετε μόνο κάνοντας μια ζωγραφιά.

Ο Μάκης έχει 7 σοκολάτες.



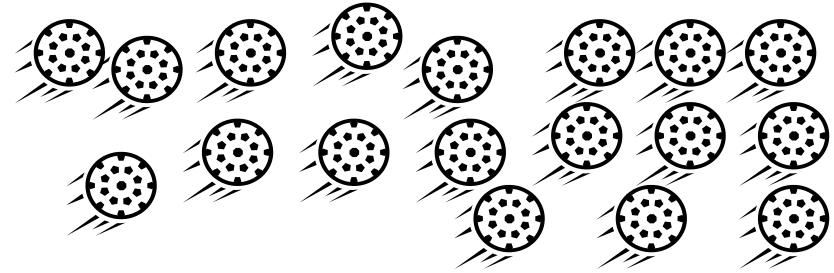
Ο Μιχάλης έχει 4 σοκολάτες περισσότερες από τον Μάκη.

Η Σμαρώ έχει 4 φορές περισσότερες από τον Μάκη.



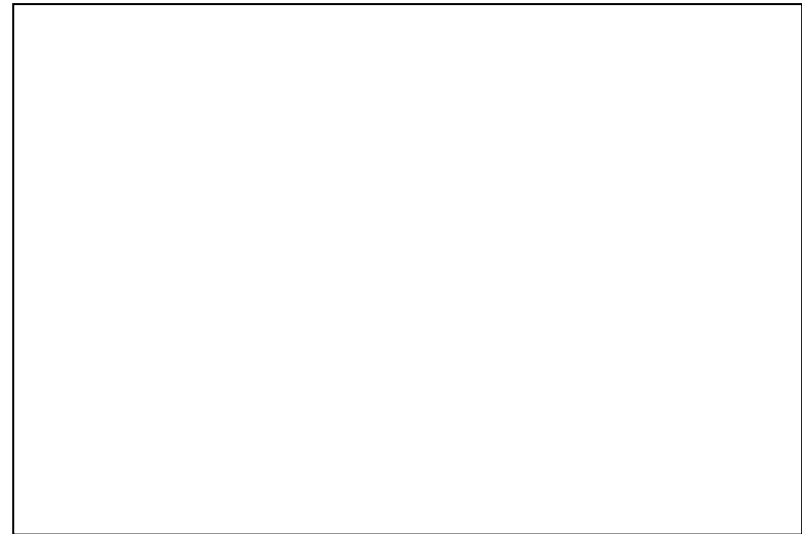
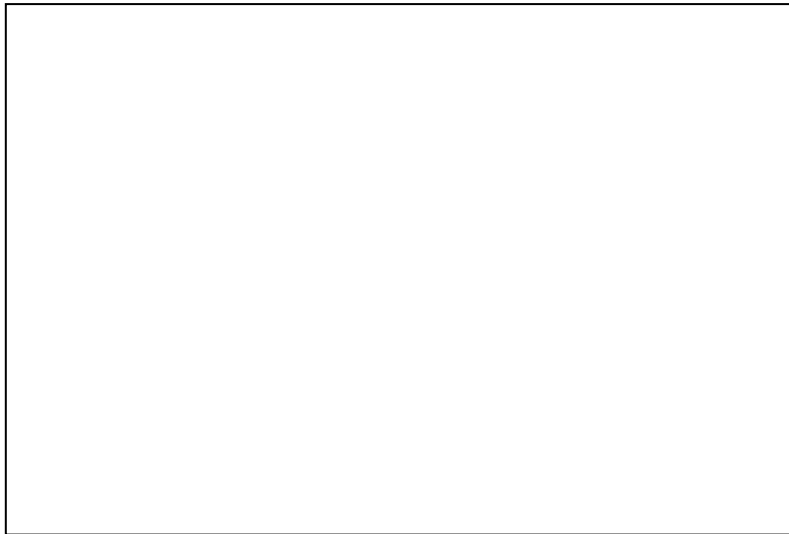
Να απαντήσετε μόνο κάνοντας μια ζωγραφιά.

Ο Γιώργος έχει 18 μπάλες.



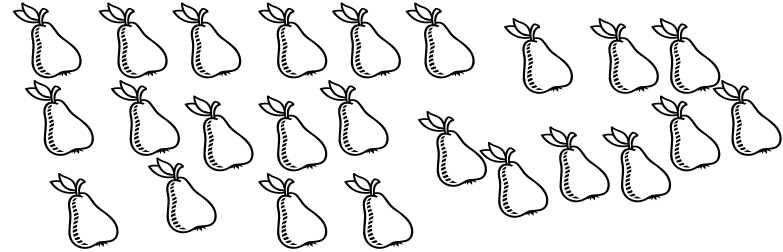
Η Αγγελική έχει 3 μπάλες λιγότερες από το Γιώργο.

Ο Λευτέρης έχει 3 φορές λιγότερες από το Γιώργο.



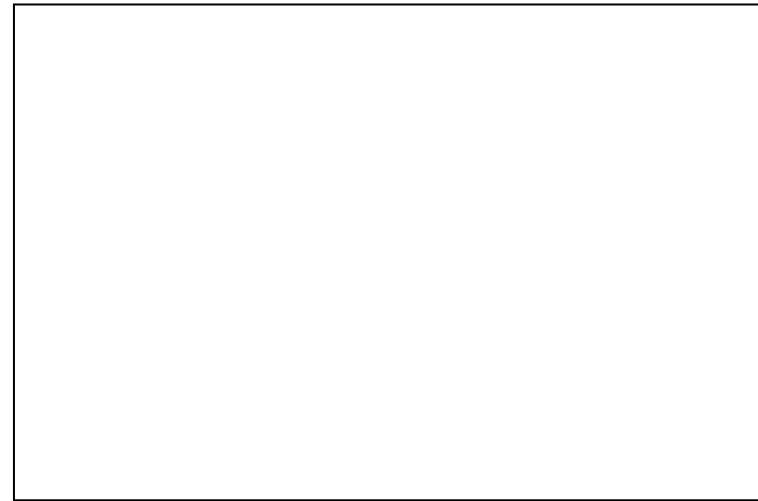
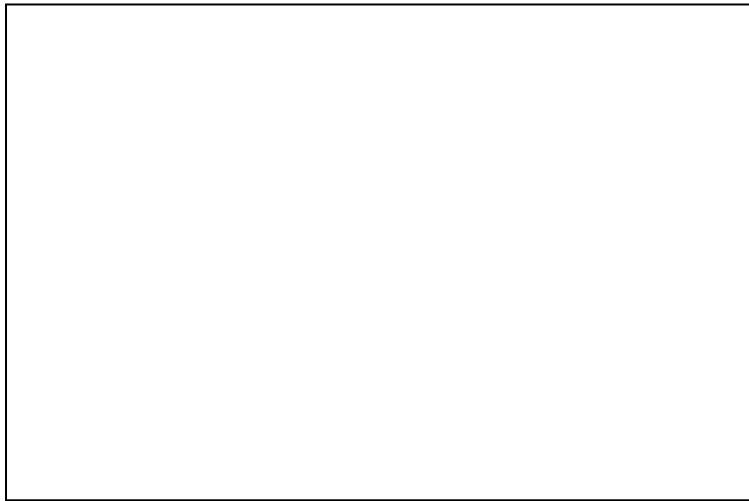
Να απαντήσετε μόνο κάνοντας μια ζωγραφιά.

Ο Αρτούρ έχει 24 αχλάδια.



Η Ενέσα έχει 4 αχλάδια λιγότερα από τον Αρτούρ.

Ο Αντώνης έχει 4 φορές λιγότερα από τον Αρτούρ.

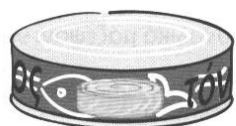


Να απαντήσετε μόνο κάνοντας μια ζωγραφιά.

Μάθημα 3<sup>ο</sup>  
Δραστηριότητα 1

Με τη μαμά για ψώνια:

# Μια βόλτα στο Super Market



3,20 ευρώ



0,50 ευρώ

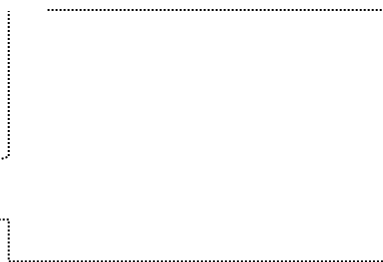
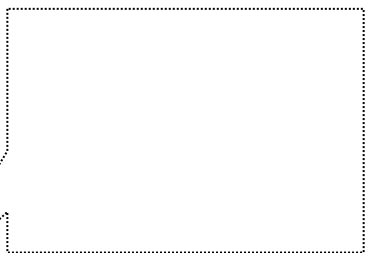


0,60 ευρώ



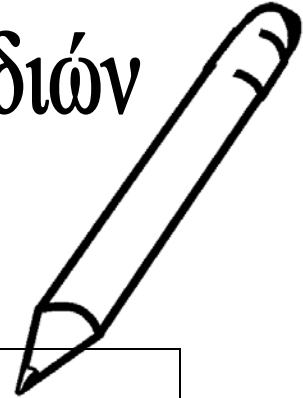
7,65 ευρώ

Ζωγράφισε στα καρτελάκια τα νομίσματα που χρειάζονται για να αγοράσεις αυτά τα προϊόντα

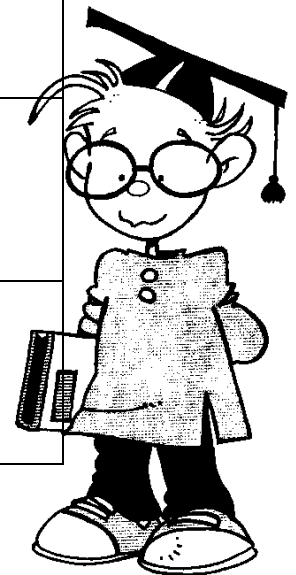


Δραστηριότητα 2

# Μετράμε το ύψος των παιδιών της ομάδας μας



Όνομα παιδιού	Ύψος παιδιού

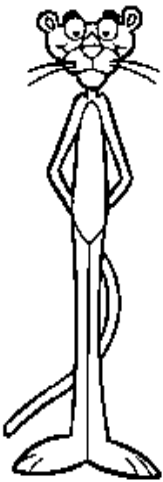


Δραστηριότητα 3 α

Βρίσκω και σημειώνω  
το ύψος  
στη μετροταινία



Ο Γκούφι είναι 1,25 μέτρα



Ο Ροζ πάνθηρας είναι 1,60 μέτρα





Δραστηριότητα 3 β

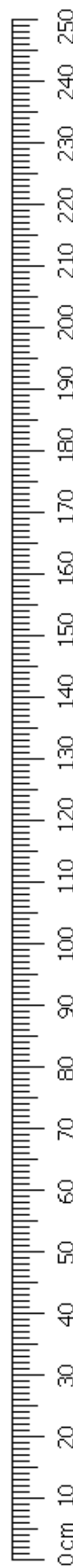
Βρίσκω και σημειώνω  
το ύψος  
στη μετροταινία



Ο Σνούπι είναι 0,86 μέτρα



Ο παίκτης του μπάσκετ είναι 2,04 μέτρα



## Μάθημα 4ο-5ο

### Οδηγίες

#### Κατασκευή του δέκατου

(οι δραστηριότητες αυτής της ενότητας να γίνουν συνεχόμενες, γι' αυτό να πραγματοποιηθούν σε ένα συνεχόμενο δίκτυο)

#### 1<sup>η</sup> δραστηριότητα

Δίνουμε σε κάθε μαθητή μια αδιαίρετη μετροταινία ενός μέτρου και ράβδο με μήκος μικρότερο του ενός μέτρου αλλά ακριβώς δέκατα (0,6, 0,7, 0,8). Οι ράβδοι κάθε ομάδας έχουν ίδιο μήκος. Διαφέρουν στο μήκος από ομάδα σε ομάδα. Ζητάμε από τα παιδιά να μετρήσουν τις ράβδους.

Η μονάδα που έχουν δεν δίνει την δυνατότητα για ακριβή μέτρηση. Προκύπτει η ανάγκη μιας νέας μικρότερης μονάδας. Βασικό ερώτημα: Πόσο μικρότερη να είναι η νέα μονάδα; Προκρίνεται το 10 φορές μικρότερο κατ' αναλογία των μονάδων μεγαλύτερης τάξης (χιλιόμετρο ή 265 – 2 εκατοντάδες, 6 δεκάδες, 5 μονάδες).

Δίνουμε μια ίδια με την αρχική μετροταινία με σημειωμένες ενδείξεις στα δέκατα. Τα παιδιά κόβουν την μετροταινία και έχουν στα χέρια τους τη νέα μονάδα. Ονομασία της νέας μονάδας: δέκατο (από τον τρόπο κατασκευής). Για τον τρόπο γραφής της νέας μονάδας μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ως βοηθητικό εργαλείο το κομπιουτεράκι:  $1 : 10 = 0,1$ .

Οι μαθητές μετρούν τις ράβδους με τη νέα μονάδα και γράφουν το αποτέλεσμα με λέξεις και αριθμούς. Συζήτηση στην κάθε ομάδα και στη συνέχεια στην τάξη για το αποτέλεσμα της μέτρησης και τον τρόπο γραφής του.

7 δέκατα → 0,7

8 δέκατα → 0,8

10 δέκατα (το αρχικό μέτρο) → 1.

Συζήτηση για το τι δείχνει (μ' αυτό τον τρόπο γραφής) το μέρος του αριθμού που είναι αριστερά ή δεξιά από το κόμμα (υποδιαστολή).

#### 2<sup>η</sup> δραστηριότητα

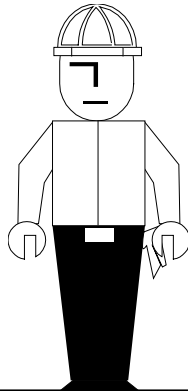
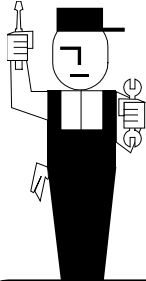
Δίνουμε σε κάθε μαθητή ράβδο με μήκος μεγαλύτερο του ενός μέτρου αλλά ακριβώς δέκατα (1,6, 1,3, 1,5). Οι ράβδοι κάθε ομάδας έχουν ίδιο μήκος. Διαφέρουν στο μήκος από ομάδα σε ομάδα. Ζητάμε από τα παιδιά να μετρήσουν τις ράβδους. Οι μαθητές έχουν στη διάθεσή τους δύο μονάδες (μέτρο, δέκατο).

Οι μαθητές μετρούν – υπολογίζουν και γράφουν το αποτέλεσμα (με λόγια και αριθμό. Συζήτηση για τη μέτρηση και τον τρόπο γραφής. Σε περίπτωση που δηλωθούν διαφορετικοί τρόποι μέτρησης (π.χ. 16 δέκατα – με τη μια μόνο μονάδα – και 1 μέτρο και 6 δέκατά – με τις δύο μονάδες) αναδεικνύουμε το θέμα στη συζήτηση, γιατί προχωρά την επεξεργασία του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος και του τρόπου γραφής του. Στη συζήτηση για τον τρόπο γραφής αξιοποιείται η προηγούμενη συζήτηση σχετικά με το τι δηλώνει το μέρος του αριθμού που είναι αριστερά ή δεξιά από το κόμμα (υποδιαστολή).

### **3<sup>η</sup> δραστηριότητα**

Με την δραστηριότητα αυτή στοχεύουμε όχι μόνο στην εξάσκηση των μαθητών να απεικονίζουν με αριθμητικό σύμβολο τα δέκατα ή το αντίστροφο αλλά και να ασκηθούν στη σχέση μονάδων δύο διαδοχικών τάξεων (μονάδες, δέκατα). Οι μαθητές συμπληρώνουν τα κενά κελιά στο φύλλο εργασίας. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν τις μονάδες που έχουν πάνω στο θρανίο τους ή να ζωγραφίσουν πάνω στο φύλλο εργασίας. Τα μεγάλα νούμερα στα δέκατα (47 δέκατα) ενισχύουν τη μέθοδο χρήσης δύο μονάδων (μέτρο και δέκατο), πράγμα το οποίο είναι επιθυμητό και πρέπει να το ενθαρρύνουμε (με έμμεσες υποδείξεις ή κατάλληλες ερωτήσεις), όχι όμως να το προτείνουμε άμεσα. Αν δεν προκύψει αυτό από κανέναν παιδί, τότε στη συζήτηση σ' όλη την τάξη μπορούμε να το θέσουμε ως ερώτημα («μήπως μπορούμε να μετρήσουμε πιο γρήγορα;»).

Μάθημα 5<sup>ο</sup>  
Δραστηριότητα 3



Να γράψετε  
πόσα δέκατα είναι ;



Να γράψετε  
τον αριθμό ;

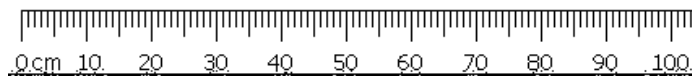
Πρόχειρο

	8,9
5 δέκατα	
27 δέκατα	
30 δέκατα	
	0,3
	4,0
47 δέκατα	
	6,2

**Μάθημα 7<sup>ο</sup>**  
**Δραστηριότητα 1**



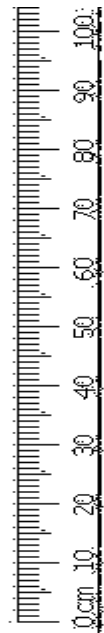
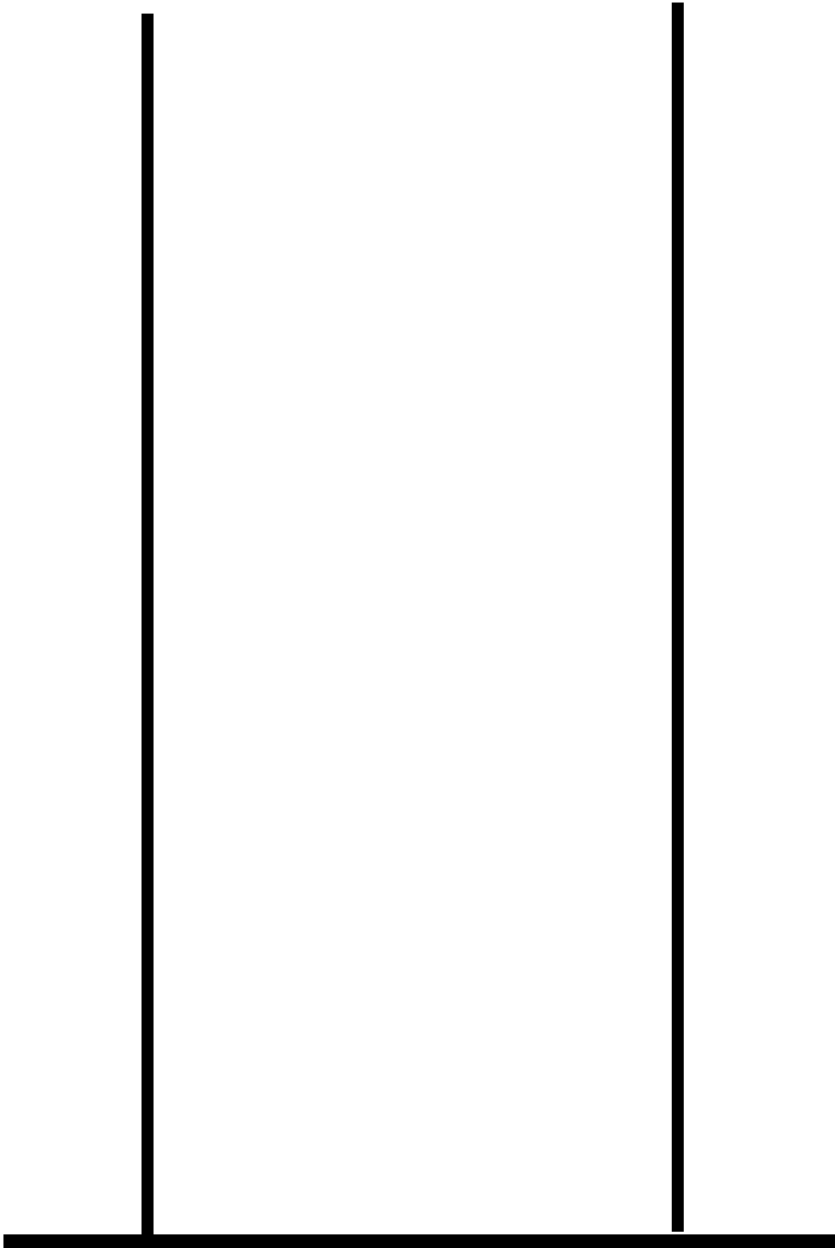
**Στους μαθητικούς αγώνες  
ο Γιάννης  
πήδηξε 2,70 μέτρα .  
Μπορείς να βάλεις ένα σημάδι  
πάνω στην ευθεία  
για να δείξεις  
μέχρι πού πήδηξε ;**



**1 μέτρο**

Δραστηριότητα 2

Στους μαθητικούς αγώνες  
η Άννα ετοιμάζεται  
να πηδήξει 1,60 μέτρα στο ύψος.  
Μπορείς να σχεδιάσεις πού θα μπει ο πήγης ;

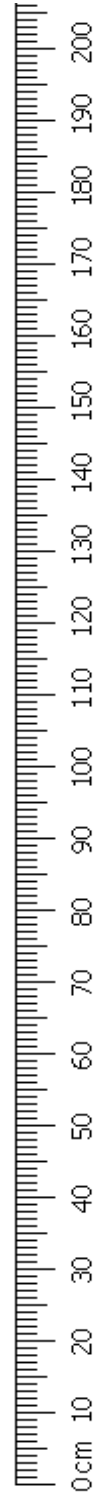
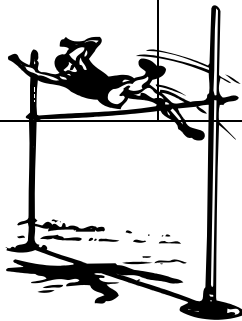


1 μέτρο

# Βρίσκω και σημειώνω στη μετροταινία


## Δραστηριότητα 3

Αποτελέσματα Μαθητικών Αγώνων στο Άλμα εις Ύψος (μέτρα)	
Ελένη	1,50
Αλίκη	1,34
Σωκράτης	0,89
Δημήτρης	1,5
Σταύρος	1,00
Δέσποινα	1,05



# Η Μάγισσα δοκιμάζει τον Μέρλιν

Δραστηριότητα 4

	Πόσα μέτρα έχουν ;	Πόσα δέκατα έχουν ;	Πόσα εκατοστά έχουν ;	Γράψε τον α- ριθμό:
8 εκατοστά				
62 εκατοστά				
135 εκατοστά				
40 εκατοστά				
274 εκατοστά				
600 εκατοστά				

Πρόχειρο





Μάθημα 8<sup>ο</sup>  
Δραστηριότητα 1



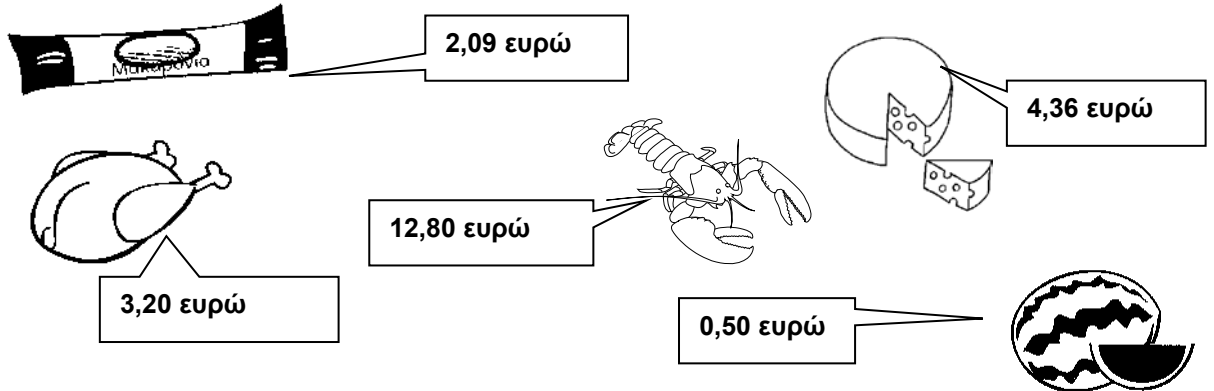
Πόσο είναι  
το 0,1  
του ευρώ ;




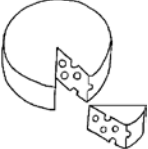
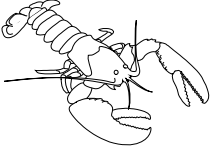


Πόσο είναι  
το 0,01  
του ευρώ ;

# Σχεδιάζω τα νομίσματα


Δραστηριότητα 2



Προϊόντα – Τιμές	Νομίσματα
	
	
	
	
	

Δραστηριότητα 3

Ο μικρός Νικόλας  
δεν μπορεί να  
βρει πόσα ευρώ έχει .  
Μπορείτε να τον βοηθήσετε ;

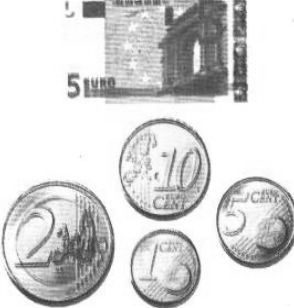


10 EURO

1 EURO

20 CENT

10 CENT




5 EURO

2 EURO

10 CENT

15 CENT

5 CENT



50 CENT

10 CENT

10 CENT

2 CENT

15 CENT

15 CENT



1 EURO

2 EURO

20 CENT

10 CENT


5 CENT

2 CENT



5 CENT

15 CENT



10 CENT

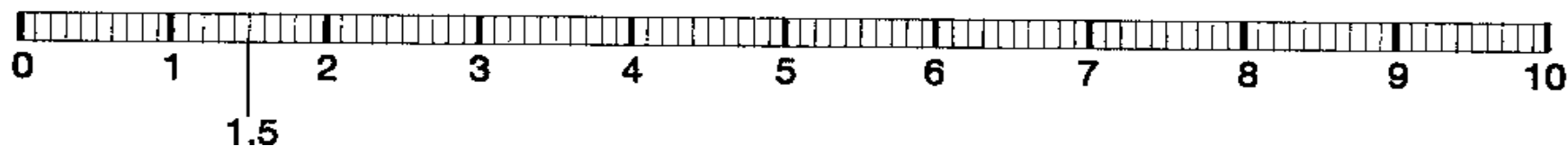
50 CENT

20 CENT

Δραστηριότητα 4

Τοποθετώ τους παρακάτω αριθμούς  
επάνω στην αριθμογραμμή

**1,5      4,0      0,3**  
**2,4      6,7      8,1      9,9**



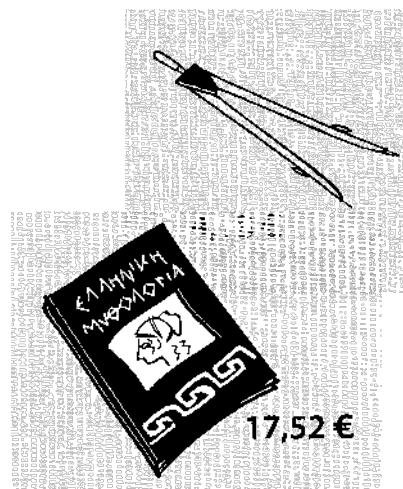
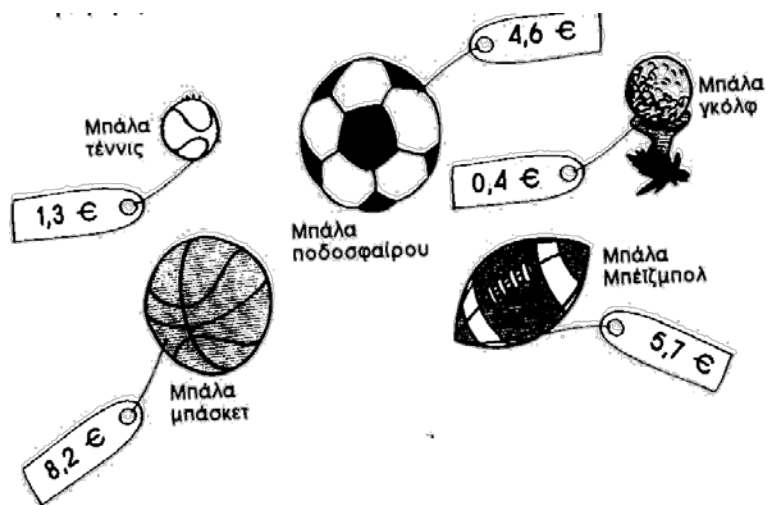
Μάθημα 9<sup>ο</sup>  
Δραστηριότητα 1

# Τιμολόγιο

Όνομα παι- διού	Τι αγόρασε ;	Πόσο κοστί- ζει το καθένα ;	Με ποια νομίσματα πλήρωσε ;	Αριθμός

Προϊόντα	Νομίσματα	Πόσο θα πληρώσεις ;
----------	-----------	---------------------

# Πόσο θα πληρώσεις ;

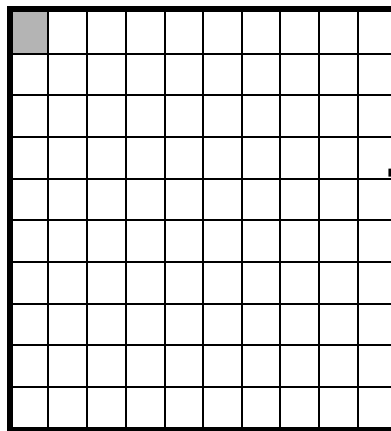


## Δραστηριότητα 3

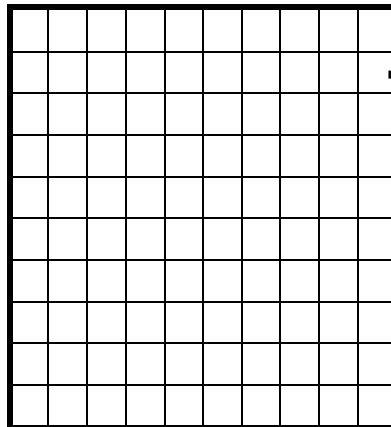
Μπάλα Τέννις και Μπάλα Γκολφ		
Μπάλα Μπάσκετ και Μπάλα Ποδοσφαίρου		
Μπάλα Τέννις και Μπάλα Μπειζμπόλ		
Μπάλα Μπειζμπόλ και Μπάλα Ποδο- σφαίρου		
Βιβλίο και Μπάλα Τέννις		
Βιβλίο και Διαβήτης		

Ποιο κλάσμα είναι ;

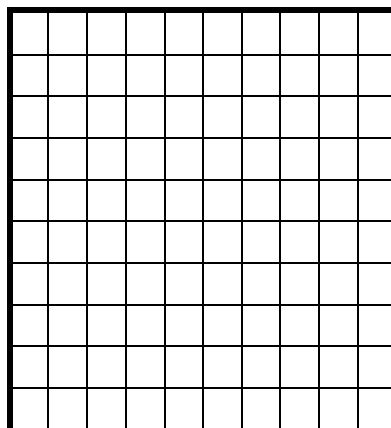
Ο κ. Ανδρέας  
έβαψε το 0,01  
από το πλακάκι



Βάψε το 0,6  
από το πλακάκι



Βάψε το 0,60  
από το πλακάκι





**Βάψε το 0,06  
από το πλακάκι**

